

Aufgabe 6

a)

$$A \left(\frac{1}{2} \mid \frac{7}{10} \right), \quad B \left(-\frac{1}{10} \mid -\frac{1}{10} \right)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{\left(-\frac{1}{10} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{10} - \frac{7}{10}\right)^2} = 1 \text{ [LE]}$$

b)

$$A(4 \mid 1 - 7), \quad B(6 \mid -1 - 5)$$

$$\begin{aligned} |\overline{AB}| &= \sqrt{(6-4)^2 + (-1-1)^2 + (-5-(-7))^2} \\ &= 2\sqrt{3} \text{ [LE]} \approx 3,46 \text{ [LE]} \end{aligned}$$

Aufgabe 7

a)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} = 10 \text{ [LE]}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ [LE]}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -8+3 \\ 6+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(-5)^2 + 10^2} = 5\sqrt{5} \text{ [LE]}$$

Mit dem Satz des Pythagoras folgt:

$$\begin{aligned}10^2 + 5^2 &= (5\sqrt{5})^2 \\125 &= 125\end{aligned}$$

Der Satz des Pythagoras ist erfüllt, das heißt die Vektoren sind senkrecht zueinander.

b)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3 \text{ [LE]}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-3)^2} = \sqrt{17} \text{ [LE]}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 1+2 \\ 2+2 \\ 2+(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-1)^2} = \sqrt{26} \text{ [LE]}$$

Mit dem Satz des Pythagoras folgt:

$$\begin{aligned}3^2 + \sqrt{17}^2 &= \sqrt{26}^2 \\26 &= 26\end{aligned}$$

Der Satz des Pythagoras ist erfüllt, das heißt die Vektoren sind senkrecht zueinander.

c)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{0,5^2 + 0,5^2 + 0^2} = \sqrt{0,5} \text{ [LE]}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{0,5^2 + 0^2 + 0,5^2} = \sqrt{0,5} \text{ [LE]}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 0,5 + 0,5 \\ 0,5 + 0 \\ 0 + 0,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1^2 + 0,5^2 + 0,5^2} = \sqrt{1,5} \text{ [LE]}$$

Mit dem Satz des Pythagoras folgt:

$$\sqrt{0,5^2} + \sqrt{0,5^2} = \sqrt{1,5^2}$$
$$1 \neq 1,5$$

Der Satz des Pythagoras ist nicht erfüllt, das heißt die Vektoren sind nicht senkrecht zueinander.

Aufgabe 8

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix} \quad H(72|40)$$

a)

$$v = \frac{s}{t}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{89} \text{ [km]} \approx 9,43 \text{ [km]}$$

Die Geschwindigkeit des Schiffes beträgt also etwa $9,43 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

b) Sind die Vektoren \vec{v} und \overline{OH} kollinear

$$\vec{v} \cdot k = \overline{OH}$$

so befindet sich der Schiff auf dem richtigen Kurs, sonst nicht.

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot k = \begin{pmatrix} 72 \\ 40 \end{pmatrix}$$

Ausmultipliziert:

$$\begin{pmatrix} 8k \\ 5k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 72 \\ 40 \end{pmatrix}$$

Laut der ersten Zeile:

$$8k = 72$$

$$k = 9$$

In der zweiten Zeile steht aber dann

$$5 \cdot 9 = 45$$

statt 40, das heißt der Schiff wird den Hafen nicht erreichen können, ohne den Kurs zu ändern.