

Aufgabe 7

$$4\% = \frac{4}{100} = 0,04$$

Der Wachstumsfaktor

$$a = 1 + 0,04 = 1,04$$

und der Anfangswert

$$c = 3000 \text{ [\$]}$$

Die Funktionsgleichung lautet also

$$f(x) = 3000 \cdot 1,04^x$$

a)

$$\begin{aligned} f(500) &= 3000 \cdot 1,04^{500} \\ &= 985.804.744.738 \text{ [\$]} \end{aligned}$$

Die Summe ist auf 985.804.744.738 \$ angewachsen.

b)

$$\begin{aligned} 1.000.000 &= 3000 \cdot 1,04^x \\ 333,\bar{3} &= 1,04^x \\ x &= \log_{1,04}(333,\bar{3}) \approx 148,11 \end{aligned}$$

Das Guthaben hat die Millionengrenze nach etwa 148 Jahren erreicht.

c)

$$\begin{aligned} 6000 &= 3000 \cdot 1,04^x \\ 2 &= 1,04^x \\ x &= \log_{1,04}(2) \approx 17,67 \end{aligned}$$

Das Kapital hat sich nach etwa 18 Jahren verdoppelt.

d)

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Der Wachstumsfaktor

$$a = 1 + 0,01 = 1,01$$

und der Anfangswert ($c = 3000$ [\$]) bleibt gleich.

Die neue Funktionsgleichung lautet

$$f(x) = 3000 \cdot 1,01^x$$

$$6000 = 3000 \cdot 1,01^x$$

$$2 = 1,01^x$$

$$x = \log_{1,01}(2) \approx 69,66$$

$$69,66 : 17,67 \approx 3,94$$

Die Verdopplungszeit vervierfacht sich (in etwa).

Aufgabe 8

$$12\% = \frac{12}{100} = 0,12$$

Der Wachstumsfaktor

$$a = 1 + 0,12 = 1,12$$

und der Anfangswert ist beliebig also beispielsweise

$$c = 1 \text{ [kg]}$$

Die Funktionsgleichung lautet somit

$$f(x) = 1 \cdot 1,12^x = 1,12^x$$

a) Zunahme um 1%:

$$1,01 = 1,12^x$$
$$x = \log_{1,12}(1,01) \approx 0,09$$

Das Gewicht nimmt innerhalb etwa $0,09 \cdot 24 = 2,16$ Stunden um einen Prozent zu.

Zunahme um 100% (Verdopplung):

$$2 = 1,12^x$$
$$x = \log_{1,12}(2) \approx 6,12$$

Das Gewicht verdoppelt sich innerhalb von etwa 6 Tagen.

Zunahme um 500%:

$$6 = 1,12^x$$
$$x = \log_{1,12}(6) \approx 13,67$$

Das Gewicht versechsfacht sich innerhalb von etwa zwei Wochen.

b)

$$1000 \text{ g} \hat{=} 1 \text{ kg}$$
$$20 \text{ g} \hat{=} 0,02 \text{ kg}$$
$$5 = 0,02 \cdot 1,12^x \quad | : 0,02$$
$$250 = 1,12^x$$
$$x = \log_{1,12}(250) \approx 48,72$$

In etwa 49 Tagen erreicht eine 20 g schwere Wassermelone ein Gewicht von 5 kg.

c)

$$2 \text{ g} \hat{=} 0,002 \text{ kg}$$

$$1,8 = 0,002 \cdot 1,12^x \quad | : 0,02$$

$$900 = 1,12^x$$

$$x = \log_{1,12}(900) \approx 60,02$$

Vor etwa 60 Tagen wog die 1,8 kg schwere Melone nur 2 g.