Aufgabe 6

$$h(x) = 0{,}003 \cdot (x - 150)^2 + 4{,}5 \qquad 0 \leqslant x \leqslant 140$$

a)

$$h(100) = 0{,}003 \cdot (100 - 150)^2 + 4{,}5 = 12\ [m]$$

Der Skispringer befindet sich in 12 m Höhe.

b) Bei Start: $x_0 = 0$

$$\begin{aligned} m_s &= \frac{0{,}003 \cdot (0 + h - 150)^2 + 4{,}5 - \left(0{,}003 \cdot (0 - 150)^2 + 4{,}5\right)}{h} \\ &= \frac{0{,}003 \cdot (h - 150)^2 + 4{,}5 - 72}{h} \\ &= \frac{0{,}003 \cdot (h^2 - 300h + 22500) - 67{,}5}{h} \\ &= \frac{0{,}003h^2 - 0{,}9h + 67{,}5 - 67{,}5}{h} \\ &= \frac{0{,}003h^2 - 0{,}9h}{h} \\ &= 0{,}003h - 0{,}9 \end{aligned}$$

$$m_t = \lim_{h \to 0} (0{,}003h - 0{,}9) = -0{,}9 \left[\frac{m}{m}\right]$$

Die Steigung der Schanze beim Start ($x_0 = 0$) beträgt $-0{,}9\ \frac{m}{m}$. Das heißt, der Skispringer verliert 90 cm an Höhe, wenn er sich um 1 m vom Startpunkt entfernt (waagerecht gemessen!).

Für $x_0 = 70$:

$$
\begin{aligned}
m_s &= \frac{0{,}003 \cdot (70 + h - 150)^2 + 4{,}5 - \left(0{,}003 \cdot (70 - 150)^2 + 4{,}5\right)}{h} \\
&= \frac{0{,}003 \cdot (h - 80)^2 + 4{,}5 - 23{,}7}{h} \\
&= \frac{0{,}003 \cdot (h^2 - 160h + 6400) - 19{,}2}{h} \\
&= \frac{0{,}003h^2 - 0{,}48h + 19{,}2 - 19{,}2}{h} \\
&= \frac{0{,}003h^2 - 0{,}48h + 19{,}2 - 19{,}2}{h} \\
&= \frac{0{,}003h^2 - 0{,}48h}{h} \\
&= 0{,}003h - 0{,}48
\end{aligned}
$$

$$
m_t = \lim_{h \to 0} (0{,}003h - 0{,}48) = -0{,}48 \left[\frac{m}{m}\right]
$$

Die Steigung der Schanze bei $x_0 = 70$ beträgt $-0{,}48\ \frac{m}{m}$. Das heißt, der Skispringer verliert 48 *cm* an Höhe, wenn er sich um 1 *m* vom Startpunkt entfernt (waagerecht gemessen!).