

Aufgabe 7

$$s(t) = 20t - t^2$$

a) $t = 5$

$$s(5) = 20 \cdot 5 - 5^2 = 100 - 25 = 75 \text{ [m]}$$

$t = 8$

$$s(8) = 20 \cdot 8 - 8^2 = 160 - 64 = 96 \text{ [m]}$$

b) $t = 6$

$$\begin{aligned} m_s &= \frac{f(6+h) - f(6)}{h} \\ &= \frac{20 \cdot (6+h) - (6+h)^2 - (20 \cdot 6 - 6^2)}{h} \\ &= \frac{120 + 20h - (36 + 12h + h^2) - 84}{h} \\ &= \frac{120 + 20h - 36 - 12h - h^2 - 84}{h} \\ &= \frac{8h - h^2}{h} \\ &= 8 - h \end{aligned}$$

$$m_t = \lim_{h \rightarrow 0} (8 - h) = 8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$t = 10$

$$\begin{aligned} m_s &= \frac{f(10+h) - f(10)}{h} \\ &= \frac{20 \cdot (10+h) - (10+h)^2 - (20 \cdot 10 - 10^2)}{h} \\ &= \frac{200 + 20h - (100 + 20h + h^2) - 100}{h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{200 + 20h - 100 - 20h - h^2 - 100}{h} \\
 &= \frac{-h^2}{h} = -h \\
 m_t &= \lim_{h \rightarrow 0} (-h) = 0 \left[\frac{m}{s} \right]
 \end{aligned}$$

Die momentane Änderung des Weges pro Zeiteinheit wird als (momentane) Geschwindigkeit bezeichnet. Das heißt, zum Zeitpunkt $t = 6$ bewegte sich das Fahrzeug mit der Geschwindigkeit $8 \frac{m}{s}$ und zum Zeitpunkt $t = 10$ mit der Geschwindigkeit $0 \frac{m}{s}$ (stand also still).

c) $t = 11$

$$\begin{aligned}
 m_s &= \frac{f(11+h) - f(11)}{h} \\
 &= \frac{20 \cdot (11+h) - (11+h)^2 - (20 \cdot 11 - 11^2)}{h} \\
 &= \frac{220 + 20h - (121 + 22h + h^2) - 99}{h} \\
 &= \frac{220 + 20h - 121 - 22h - h^2 - 99}{h} \\
 &= \frac{-2h - h^2}{h} \\
 &= -2 - h \\
 m_t &= \lim_{h \rightarrow 0} (-2 - h) = -2 \left[\frac{m}{s} \right]
 \end{aligned}$$

Es würde bedeuten, dass eine Sekunde nachdem das Fahrzeug zum Stehen gebracht wurde, bewegte es sich mit der Geschwindigkeit $-2 \frac{m}{s}$ (also rückwärts) fort.