Aufgabe 1

$$f(x) = 2x$$

$$\begin{aligned} m_s &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{2(x+h) - 2x}{h} \\ &= \frac{2x + 2h - 2x}{h} \\ &= \frac{2h}{h} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$m_t = \lim_{h \to 0}(2) = 2$$

Das heißt:

$$\begin{aligned} f'(1) &= 2 \\ f'(2) &= 2 \\ f'(3) &= 2 \\ f'(4) &= 2 \end{aligned}$$

Die Ableitung bleibt also konstant gleich 2.

Aufgabe 2

$$f(x) = -3x^2$$

$$\begin{aligned}
m_s &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
&= \frac{-3(x+h)^2 - (-3x^2)}{h} \\
&= \frac{-3(x^2 + 2xh + h^2) + 3x^2}{h} \\
&= \frac{-3x^2 - 6xh - 3h^2 + 3x^2}{h} \\
&= \frac{-6xh - 3h^2}{h} \\
&= -6x - 3h
\end{aligned}$$

$$m_t = \lim_{h \to 0} (-6x - 3h) = -6x$$

Das heißt:

a) $f'(1) = -6 \cdot 1 = -6$

b) $f'(2) = -6 \cdot 2 = -12$

c) $f'(3) = -6 \cdot 3 = -18$

d) $f'(4) = -6 \cdot 4 = -24$

e) Der Wert der Ableitung an der Stelle x lässt sich als $-6x$ berechnen.