Aufgabe 3

Woche	**Gewicht**	**Differenz**	**Quotient**
0	0,5	–	–
1	0,61	0,11	1,22
2	0,72	0,11	1,18
3	0,87	0,15	1,21
4	1,05	0,18	1,21
5	1,26	0,21	1,2
6	1,5	0,24	1,19
7	1,82	0,32	1,21
8	2,18	0,36	1,2

Quotientengleichheit liegt (annähernd) vor, daher eignet sich das exponentielle Modell am besten:

$$f(x) = a \cdot b^x$$

Mit $(1 \mid 0{,}61)$ und $(7 \mid 1{,}82)$ (beispielsweise) erhalten wir:

$$\begin{aligned}
0{,}61 &= a \cdot b^1 \\
0{,}61 &= a \cdot b && \mid : b \\
a &= \frac{0{,}61}{b}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1{,}82 &= a \cdot b^7 \\
1{,}82 &= \frac{0{,}61}{b} \cdot b^7 \\
1{,}82 &= 0{,}61 b^6 && \mid : 0{,}61 \\
2{,}98 &= b^6 && \mid \sqrt[6]{\ } \\
\pm 1{,}2 &= b
\end{aligned}$$

Also $b = 1{,}2$, weil $b > 0$ sein muss!

$$a = \frac{0{,}61}{1{,}2} = 0{,}51$$

Die fertige Funktionsgleichung lautet also

$$f(x) = 0{,}51 \cdot 1{,}2^x$$

Durch das Modell gelieferten Vorhersagen (Funktionswerte von f) weichen von den tatsächlich gemessenen Werten nur geringfügig ab:

Woche	**Gewicht**	**Vorhersage**
0	0,5	0,51
1	0,61	0,61
2	0,72	0,73
3	0,87	0,88
4	1,05	1,06
5	1,26	1,27
6	1,5	1,52
7	1,82	1,83
8	2,18	2,19

Aufgabe 4

a)

Woche	**Anzahl**	**Quotient**
0	50	–
1	82	1,64
2	140	1,71
3	218	1,56
4	350	1,61

Quotientengleichheit liegt (annähernd) vor, daher eignet sich das exponentielle Modell am besten:

$$f(x) = a \cdot b^x$$

Modell 1: Mit $(0 \mid 50)$ und $(4 \mid 350)$ erhalten wir:

$$\begin{aligned} 50 &= a \cdot b^0 \\ 50 &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 350 &= a \cdot b^4 & \\ 350 &= 50 \cdot b^4 & \quad | : 50 \\ 7 &= b^4 & \quad | \sqrt[4]{} \\ \pm 1{,}63 &= b & \end{aligned}$$

$b = 1{,}63$, weil $b > 0$ sein muss! Also

$$f_1(x) = 50 \cdot 1{,}63^x$$

und wir erhalten folgende Vorhersagen:

$$\begin{aligned} f_1(6) &= 50 \cdot 1{,}63^6 = 937{,}77 \text{ [Stück]} \\ f_1(8) &= 50 \cdot 1{,}63^8 = 2491{,}56 \text{ [Stück]} \\ f_1(10) &= 50 \cdot 1{,}63^{10} = 6619{,}82 \text{ [Stück]} \end{aligned}$$

Modell 2: Mit $(2 \mid 140)$ und $(3 \mid 218)$ erhalten wir:

$$\begin{aligned} 140 &= a \cdot b^2 & \quad | : b^2 \\ \frac{140}{b^2} &= a & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 218 &= a \cdot b^3 \\ 218 &= \frac{140}{b^2} \cdot b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 218 &= 140b && \mid : 140 \\ 1{,}56 &= b \end{aligned}$$

$$a = \frac{140}{1{,}56^2} = 57{,}53$$

Das heißt

$$f_2(x) = 57{,}53 \cdot 1{,}56^x$$

und deswegen

$$\begin{aligned} f_2(6) &= 57{,}53 \cdot 1{,}56^6 = 829{,}17 \text{ [Stück]} \\ f_2(8) &= 57{,}53 \cdot 1{,}56^8 = 2017{,}86 \text{ [Stück]} \\ f_2(10) &= 57{,}53 \cdot 1{,}56^{10} = 4910{,}67 \text{ [Stück]} \end{aligned}$$

Zusammengefasst:

Woche	**Anzahl**	**Modell 1**	**Modell 2**
0	50	50	57,53
1	82	81,5	89,75
2	140	132,85	140,01
3	218	216,54	218,41
4	350	352,96	340,72
6	–	937,77	829,17
8	–	2491,56	2017,86
10	–	6619,82	4910,67

b) Es handelt sich nur um Schätzungen, weil beide Modelle nur annähernd die tatsächlich gemessenen Daten beschreiben und die Vorhersagen immer davon abhängen, welche Daten (Wertepaare) verwendet wurden, um das jeweilige Modell aufzustellen.

c) Je weiter in die Zukunft man blick, desto bemerkbarer sind die Abweichungen der Prognosen:

Woche	**Modell 1**	**Modell 2**
15	76.170,02	45.369,43
20	876.439,8	419.166,28
30	116.037.439,35	35.779.339,96