Aufgabe 5

a) *(1) Prunkbohne:* Mit den Punkten

$$(0 \mid 0{,}4) \quad \text{und} \quad (6 \mid 18{,}9)$$

(beispielsweise) stellen wir zunächst ein lineares und danach ein exponentielles Modell auf.

$$f(x) = mx + b \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{18{,}9 - 0{,}4}{6 - 0} \approx 3{,}08$$

Das heißt:

$$\begin{aligned} 0{,}4 &= 3{,}08 \cdot 0 + b \\ 0{,}4 &= b \end{aligned}$$

$$f_1(x) = 3{,}08x + 0{,}4$$

Mit

$$f(x) = a \cdot b^x$$

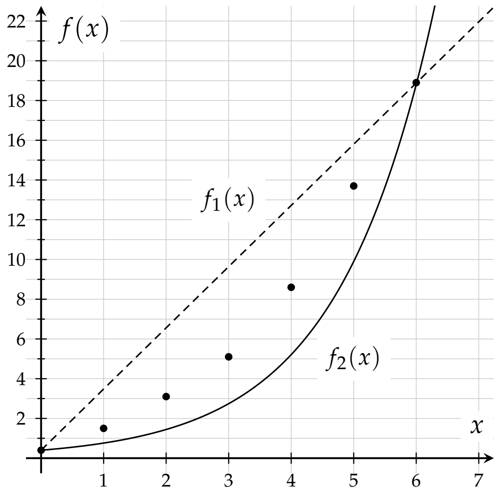
erhalten wir:

$$\begin{aligned} 0{,}4 &= a \cdot b^0 \\ 0{,}4 &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18{,}9 &= a \cdot b^6 \\ 18{,}9 &= 0{,}4 \cdot b^6 && \mid : 0{,}4 \\ 47{,}25 &= b^6 && \mid \sqrt[6]{} \\ b &\approx \pm 1{,}9 \end{aligned}$$

Und weil $b > 0$ sein muss folgt

$$f_2(x) = 0{,}4 \cdot 1{,}9^x$$



(2) Weizen: Mit den Punkten

$$(0 \mid 0{,}1) \quad \text{und} \quad (6 \mid 13)$$

(beispielsweise) stellen wir zunächst ein lineares und danach ein exponentielles Modell auf.

$$f(x) = mx + b \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{13 - 0{,}1}{6 - 0} = 2{,}15$$

Das heißt:

$$0{,}1 = 2{,}15 \cdot 0 + b$$
$$0{,}1 = b$$

$$f_3(x) = 2{,}15x + 0{,}1$$

Mit

$$f(x) = a \cdot b^x$$

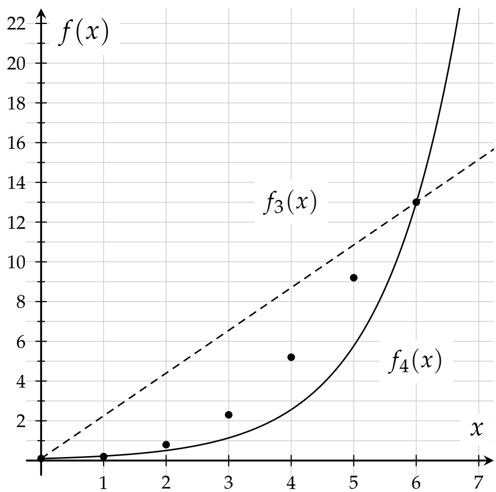
erhalten wir:

$$\begin{aligned} 0{,}1 &= a \cdot b^0 \\ 0{,}1 &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13 &= a \cdot b^6 \\ 13 &= 0{,}1 \cdot b^6 && \mid : 0{,}1 \\ 130 &= b^6 && \mid \sqrt[6]{} \\ b &\approx \pm 2{,}25 \end{aligned}$$

Und weil $b > 0$ sein muss folgt

$$f_4(x) = 0{,}1 \cdot 2{,}25^x$$



(3) Borretsch: Mit den Punkten

$$(0 \mid 4) \quad \text{und} \quad (6 \mid 17)$$

(beispielsweise) stellen wir zunächst ein lineares und danach ein exponentielles Modell auf.

$$f(x) = mx + b \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{17 - 4}{6 - 0} = 2{,}17$$

Das heißt:

$$\begin{aligned} 4 &= 2{,}17 \cdot 0 + b \\ 4 &= b \end{aligned}$$

$$f_5(x) = 2{,}17x + 4$$

Mit

$$f(x) = a \cdot b^x$$

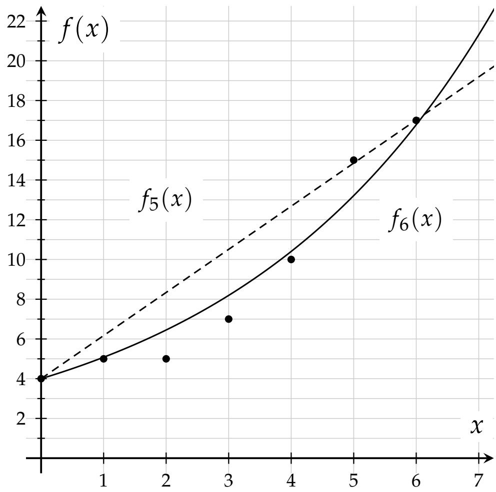
erhalten wir:

$$\begin{aligned} 4 &= a \cdot b^0 \\ 4 &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17 &= a \cdot b^6 \\ 17 &= 4 \cdot b^6 && \mid :4 \\ 4{,}25 &= b^6 && \mid \sqrt[6]{} \\ b &\approx \pm 1{,}27 \end{aligned}$$

Und weil $b > 0$ sein muss folgt

$$f_6(x) = 4 \cdot 1{,}27^x$$



b) Die Modelle aus (a) liefern für $x = 14$ folgende Werte:

$$f_1(14) = 3{,}08 \cdot 14 + 0{,}4 = 43{,}52 \ [cm]$$
$$f_2(14) = 0{,}4 \cdot 1{,}9^{14} \approx 3196{,}03 \ [cm]$$

$$f_3(14) = 2{,}15 \cdot 14 + 0{,}1 = 30{,}2 \ [cm]$$
$$f_4(14) = 0{,}1 \cdot 2{,}25^{14} \approx 8522{,}27 \ [cm]$$

$$f_5(14) = 2{,}17 \cdot 14 + 4 = 34{,}38 \ [cm]$$
$$f_6(14) = 4 \cdot 1{,}27^{14} \approx 113{,}58 \ [cm]$$

Weder lineare, noch exponentielle Modelle, die wir aufgestellt haben, liefern so weit in der Zukunft verlässliche Vorhersagen.