

Aufgabe 1

$$m_t = f'(x)$$

a)

$$t(x) = m_t \cdot x + b \quad x_0 = 4$$

$$f'(x) = x$$

$$f'(4) = 4 = m_t$$

$$t(x) = 4x + b$$

$$f(4) = 0,5 \cdot 4^2 = 8$$

$$8 = 4 \cdot 4 + b$$

$$8 = 16 + b$$

$$-8 = b$$

$$t(x) = 4x - 8$$

b)

$$t(x) = m_t \cdot x + b \quad x_0 = 1$$

$$f'(x) = 16x^3 - 2x$$

$$f'(1) = 16 - 2 = 14 = m_t$$

$$t(x) = 14x + b$$

$$f(1) = 4 \cdot 1^4 - 1^2 = 3$$

$$3 = 14 \cdot 1 + b$$

$$3 = 14 + b$$

$$-11 = b$$

$$t(x) = 14x - 11$$

c)

$$t(x) = m_t \cdot x + b \quad x_0 = -1$$

$$f'(x) = 1,5x^2 - 1$$

$$f'(-1) = 1,5 - 1 = 0,5 = m_t$$

$$t(x) = 0,5x + b$$

$$f(0,5) = 0,5 \cdot (-1)^3 - (-1) = 0,5$$

$$0,5 = 0,5 \cdot (-1) + b$$

$$0,5 = -0,5 + b$$

$$1 = b$$

$$t(x) = 0,5x + 1$$

d)

$$t(x) = m_t \cdot x + b \quad x_0 = 0,5$$

$$f'(x) = 8x^3 + 12x^2 - 10x$$

$$f'(0,5) = 8 \cdot (0,5)^3 + 12 \cdot (0,5)^2 - 10 \cdot 0,5 = 1 + 3 - 5 = -1$$

$$t(x) = -x + b$$

$$f(0,5) = 2 \cdot 0,5^4 + 4 \cdot 0,5^3 - 5 \cdot 0,5^2 = -0,625$$

$$-0,625 = -0,5 + b$$

$$-0,125 = b$$

$$t(x) = -x - 0,125$$

Aufgabe 2

Zwei Geraden verlaufen parallel, wenn ihre Steigungen gleich sind.

$$g(x) = x - 2 = 1 \cdot x - 2 \quad \Rightarrow \quad m = 1$$

Gesucht sind die Stellen, an denen die Tangenten an den Graphen von f die Steigung $m_t = 1$ besitzen.

a)

$$\begin{aligned} f'(x) &= x = m_t \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Die Tangente an der Stelle $x = 1$ ist parallel zur Geraden g .

b)

$$\begin{aligned} f'(x) &= -2x \\ -2x &= 1 \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Die Tangente an der Stelle $x = -\frac{1}{2}$ ist parallel zur Geraden g .

c)

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 \\ 3x^2 &= 1 \\ x^2 &= \frac{1}{3} \\ x_{1,2} &= \pm \sqrt{\frac{1}{3}} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Die Tangenten an den Stellen $x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ und $x_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ sind parallel zur Geraden g .

Aufgabe 3

a)

$$t(x) = m_t \cdot x + b \quad x_0 = 2$$

$$f'(x) = -2x$$

$$f'(2) = -4 = m_t$$

$$t(x) = -4x + b$$

$$f(2) = -(2)^2 = -4$$

$$-4 = -4 \cdot 2 + b$$

$$-4 = -8 + b$$

$$4 = b$$

$$t(x) = -4x + 4$$

$$t(x) = 0$$

$$-4x + 4 = 0$$

$$-4x = -4$$

$$x = 1$$

Die Tangente schneidet die x -Achse an der Stelle $x = 1$.

b)

$$t(x) = m_t \cdot x + b \quad x_0 = -3$$

$$f'(x) = 4x - 1$$

$$f'(-3) = 4 \cdot (-3) - 1 = -13 = m_t$$

$$t(x) = -13x + b$$

$$f(-3) = 2 \cdot (-3)^2 - (-3) = 21$$

$$21 = -13 \cdot (-3) + b$$

$$21 = 39 + b$$

$$-18 = b$$

$$t(x) = -13x - 18$$

$$t(x) = 0$$

$$-13x - 18 = 0$$

$$-13x = 18$$

$$x = -\frac{18}{13} = -1\frac{5}{13}$$

Die Tangente schneidet die x -Achse an der Stelle $x = -1\frac{5}{13}$.

c)

$$t(x) = m_t \cdot x + b \quad x_0 = 4$$

$$f'(x) = -2x$$

$$f'(4) = -2 \cdot 4 = -8 = m_t$$

$$t(x) = -8x + b$$

$$f(4) = -(4)^2 + 3 = -16 + 3 = -13$$

$$-13 = -8 \cdot 4 + b$$

$$-13 = -32 + b$$

$$19 = b$$

$$t(x) = -8x + 19$$

$$\begin{aligned}
 t(x) &= 0 \\
 -8x + 19 &= 0 \\
 -8x &= 19 \\
 x &= -\frac{19}{8} = -2\frac{3}{8}
 \end{aligned}$$

Die Tangente schneidet die x -Achse an der Stelle $x = -2\frac{3}{8}$.

d)

$$t(x) = m_t \cdot x + b \quad x_0 = 0$$

$$f'(x) = -5$$

$$f'(0) = -5 = m_t$$

$$t(x) = -5x + b$$

$$f(0) = -5 \cdot 0 + 3 = 3$$

$$3 = -5 \cdot 0 + b$$

$$3 = b$$

$$t(x) = -5x + 3$$

$$t(x) = 0$$

$$-5x + 3 = 0$$

$$-5x = -3$$

$$x = \frac{3}{5}$$

Die Tangente schneidet die x -Achse an der Stelle $x = \frac{3}{5}$.