

### Aufgabe 4

a)

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

Die Grundfläche  $G$  der Pyramide ist ein Rechteck:

$$A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b$$

$$G = 4 \cdot 3 = 12 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Das Volumen  $V$  beträgt demnach

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 4 \\ &= 16 \text{ [cm}^3\text{]} \end{aligned}$$

b)

$$O_{\text{Pyramide}} = G + M$$

Die Mantelfläche  $M$  besteht aus vier Dreiecken, die gegenüberliegenden Seitenflächen sind dabei gleich.

$$M = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2$$

Die Höhe  $h_a$  der Vorder- bzw. der Rückseite ist nach dem Satz des Pythagoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$h_a^2 = 4^2 + 1,5^2$$

$$h_a^2 = 18,25$$

$$h_a = 4,27 \text{ [cm]}$$

|√

Der Flächeninhalt  $A_1$  der Vorder- bzw. der Rückseite beträgt also

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4,27 = 8,54 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Analog finden wir den Flächeninhalt  $A_2$  der seitlichen Flächen (links und rechts):

$$h_b^2 = 4^2 + 2^2$$

$$h_b^2 = 20$$

$$h_b = 4,47 \text{ [cm]}$$

|√

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4,47 = 6,71 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Der Oberflächeninhalt  $O$  der Pyramide beträgt also

$$\begin{aligned} O &= G + 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 \\ &= 12 + 2 \cdot 8,54 + 2 \cdot 6,71 \\ &= 42,5 \text{ [cm}^2\text{]} \end{aligned}$$

Der Oberflächeninhalt des Quaders ist

$$\begin{aligned} O_{\text{Quader}} &= 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c \\ O &= 2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 4 \\ &= 80 \text{ [cm}^2\text{]} \end{aligned}$$

Der Oberflächeninhalt des Quaders ist demnach etwa doppelt so groß ( $80 : 42,5 = 1,88$ ) wie der Oberflächeninhalt der Pyramide.

### Aufgabe 5

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \quad V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c \quad A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b$$

Das Volumen des Hauses  $V$  besteht aus dem Volumen eines Quaders  $V_1$  und aus dem Volumen einer Pyramide (das Dach)  $V_2$ .

$$V = V_1 + V_2$$

Als „Dachfläche“ ist die Mantelfläche  $M$  der Pyramide und nicht ihre Grundfläche  $G$  gemeint!

a)

$$V_1 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \text{ [m}^3\text{]}$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 = 36 \text{ [m}^3\text{]}$$

$$V = 216 + 36 = 252 \text{ [m}^3\text{]}$$

Es handelt sich um eine quadratische Pyramide, alle vier Seitenflächen sind also gleich.

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_a$$

Nach dem Satz des Pythagoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$h_a^2 = 3^2 + 3^2$$

$$h_a^2 = 18$$

$$h_a = 4,24 \text{ [m]}$$

$|\sqrt{\quad}$

Somit beträgt die Mantelfläche:

$$M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4,24 = 50,91 \text{ [m}^2\text{]}$$

b)

$$V_1 = 4 \cdot 6 \cdot 4 = 96 \text{ [m}^3\text{]}$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 6 \cdot 3 = 24 \text{ [m}^3\text{]}$$

$$V = 96 + 24 = 120 \text{ [m}^3\text{]}$$

Es handelt sich um eine Pyramide mit einem Rechteck als Grundfläche, die gegenüberliegenden Seitenflächen sind also gleich.

$$M = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_a$$

Die Höhe  $h_a$  der Vorder- bzw. der Rückseite ist nach dem Satz des Pythagoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$h_a^2 = 3^2 + 3^2$$

$$h_a^2 = 18 \quad \quad \quad |\sqrt{\quad}$$

$$h_a = 4,24 \text{ [m]}$$

Der Flächeninhalt  $A_1$  der Vorder- bzw. der Rückseite beträgt also

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4,24 = 8,48 \text{ [m}^2\text{]}$$

Analog finden wir den Flächeninhalt  $A_2$  der seitlichen Flächen (links und rechts):

$$h_b^2 = 2^2 + 3^2$$

$$h_b^2 = 13 \quad \quad \quad |\sqrt{\quad}$$

$$h_b = 3,61 [m]$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3,61 = 10,83 [m^2]$$

Die Mantelfläche  $M$  der Pyramide beträgt also

$$M = 2 \cdot 8,48 + 2 \cdot 10,83 = 38,62 [m^2]$$

c)

$$V_1 = 5 \cdot 6 \cdot 4 = 120 [m^3]$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 6 \cdot 3 = 30 [m^3]$$

$$V = 120 + 30 = 150 [m^3]$$

Es handelt sich um eine Pyramide mit einem Rechteck als Grundfläche, die gegenüberliegenden Seitenflächen sind also gleich.

$$M = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_a$$

Die Höhe  $h_a$  der Vorder- bzw. der Rückseite ist nach dem Satz des Pythagoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$h_a^2 = 3^2 + 3^2$$

$$h_a^2 = 18$$

$$h_a = 4,24 [m]$$

$|\sqrt{\quad}$

Der Flächeninhalt  $A_1$  der Vorder- bzw. der Rückseite beträgt also

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4,24 = 10,6 [m^2]$$

Analog finden wir den Flächeninhalt  $A_2$  der seitlichen Flächen (links und rechts):

$$h_b^2 = 2,5^2 + 3^2$$

$$h_b^2 = 15,25$$

$$h_b = 3,91 \text{ [m]}$$

|√

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3,91 = 11,73 \text{ [m}^2\text{]}$$

Die Mantelfläche  $M$  der Pyramide beträgt also

$$M = 2 \cdot 10,6 + 2 \cdot 11,73 = 44,66 \text{ [m}^2\text{]}$$