## Aufgabe 4

**a)**

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

Die Grundfläche $G$ der Pyramide ist ein Rechteck:

$$A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b$$

$$G = 4 \cdot 3 = 12\ [cm^2]$$

Das Volumen $V$ beträgt demnach

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 4 \\ &= 16\ [cm^3] \end{aligned}$$

**b)**

$$O_{\text{Pyramide}} = G + M$$

Die Mantelfläche $M$ besteht aus vier Dreiecken, die gegenüberliegenden Seitenflächen sind dabei gleich.

$$M = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2$$

Die Höhe $h_a$ der Vorder- bzw. der Rückseite ist nach dem Satz des Pythagoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\begin{aligned} h_a^2 &= 4^2 + 1{,}5^2 \\ h_a^2 &= 18{,}25 && |\sqrt{\ } \\ h_a &= 4{,}27\ [cm] \end{aligned}$$

Der Flächeninhalt $A_1$ der Vorder- bzw. der Rückseite beträgt also

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4{,}27 = 8{,}54\ [cm^2]$$

Analog finden wir den Flächeninhalt $A_2$ der seitlichen Flächen (links und rechts):

$$\begin{aligned} h_b^2 &= 3^2 + 2^2 \\ h_b^2 &= 13 & \quad | \sqrt{\phantom{x}} \\ h_b &= 3{,}61\ [cm] \end{aligned}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3{,}61 = 5{,}42\ [cm^2]$$

Der Oberflächeninhalt $O$ der Pyramide beträgt also

$$\begin{aligned} O &= G + 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 \\ &= 12 + 2 \cdot 8{,}54 + 2 \cdot 5{,}42 \\ &= 39{,}92\ [cm^2] \end{aligned}$$

Der Oberflächeninhalt des Quaders ist

$$O_{\text{Quader}} = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$$

$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 4 \\ &= 80\ [cm^2] \end{aligned}$$

Der Oberflächeninhalt des Quaders ist demnach etwa doppelt so groß wie der Oberflächeninhalt der Pyramide.

## Aufgabe 5

$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \qquad V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c \qquad A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b$

Das Volumen des Hauses $V$ besteht aus dem Volumen eines Quaders $V_1$ und aus dem Volumen einer Pyramide (das Dach) $V_2$.

$$V = V_1 + V_2$$

Als „Dachfläche“ ist die Mantelfläche $M$ der Pyramide und <u>nicht</u> ihre Grundfläche $G$ gemeint!

**a)**

$$V_1 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216\ [m^3]$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 = 36\ [m^3]$$

$$V = 216 + 36 = 252\ [m^3]$$

Es handelt sich um eine quadratische Pyramide, alle vier Seitenflächen sind also gleich.

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_a$$

Nach dem Satz des Pythagoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$h_a^2 = 3^2 + 3^2$$
$$h_a^2 = 18 \qquad |\sqrt{\ }$$
$$h_a = 4{,}24\ [m]$$

Somit beträgt die Mantelfläche:

$$M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4{,}24 = 50{,}91\ [m^2]$$

**b)**

$$V_1 = 4 \cdot 6 \cdot 4 = 96 \; [m^3]$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 6 \cdot 3 = 24 \; [m^3]$$

$$V = 96 + 24 = 120 \; [m^3]$$

Es handelt sich um eine Pyramide mit einem Rechteck als Grundfläche, die gegenüberliegenden Seitenflächen sind also gleich.

$$M = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_a$$

Die Höhe $h_a$ der Vorder- bzw. der Rückseite ist nach dem Satz des Pythagoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\begin{aligned} h_a^2 &= 3^2 + 3^2 \\ h_a^2 &= 18 && \mid \sqrt{\phantom{x}} \\ h_a &= 4{,}24 \; [m] \end{aligned}$$

Der Flächeninhalt $A_1$ der Vorder- bzw. der Rückseite beträgt also

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4{,}24 = 8{,}48 \; [m^2]$$

Analog finden wir den Flächeninhalt $A_2$ der seitlichen Flächen (links und rechts):

$$\begin{aligned} h_b^2 &= 2^2 + 3^2 \\ h_b^2 &= 13 && \mid \sqrt{\phantom{x}} \end{aligned}$$

$$h_b = 3{,}61 \; [m]$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3{,}61 = 10{,}83 \; [m^2]$$

Die Mantelfläche $M$ der Pyramide beträgt also

$$M = 2 \cdot 8{,}48 + 2 \cdot 10{,}83 = 38{,}62 \; [m^2]$$

**c)**

$$V_1 = 5 \cdot 6 \cdot 4 = 120 \; [m^3]$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 6 \cdot 3 = 30 \; [m^3]$$

$$V = 120 + 30 = 150 \; [m^3]$$

Es handelt sich um eine Pyramide mit einem Rechteck als Grundfläche, die gegenüberliegenden Seitenflächen sind also gleich.

$$M = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_a$$

Die Höhe $h_a$ der Vorder- bzw. der Rückseite ist nach dem Satz des Pythagoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\begin{aligned} h_a^2 &= 3^2 + 3^2 \\ h_a^2 &= 18 && \mid \sqrt{\ } \\ h_a &= 4{,}24 \; [m] \end{aligned}$$

Der Flächeninhalt $A_1$ der Vorder- bzw. der Rückseite beträgt also

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4{,}24 = 10{,}6 \; [m^2]$$

Analog finden wir den Flächeninhalt $A_2$ der seitlichen Flächen (links und rechts):

$$\begin{aligned}
h_b^2 &= 2{,}5^2 + 3^2 \\
h_b^2 &= 15{,}25 && |\sqrt{\ } \\
h_b &= 3{,}91\ [m]
\end{aligned}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3{,}91 = 11{,}73\ [m^2]$$

Die Mantelfläche $M$ der Pyramide beträgt also

$$M = 2 \cdot 10{,}6 + 2 \cdot 11{,}73 = 44{,}66\ [m^2]$$