

## Aufgabe 2

a)

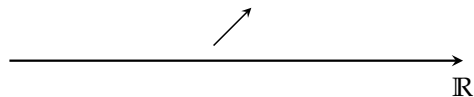
$$f(x) = 3x + 2$$

$$f'(x) = 3$$

$$3 = 0$$

Keine Lösung. Punktprobe der Steigung:

$$f'(1) = 3 > 0$$



Der Graph von  $f$  ist streng monoton steigend im Intervall  $(-\infty; +\infty)$ .

b)

$$f(x) = -x^2 + 3$$

$$f'(x) = -2x$$

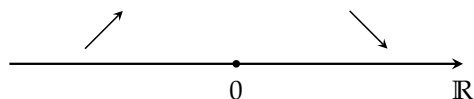
$$-2x = 0$$

$$x = 0$$

Punktprobe der Steigung:

$$f'(-1) = -2 \cdot (-1) = 2 > 0$$

$$f'(1) = -2 \cdot 1 = -2 < 0$$



Der Graph von  $f$  ist streng monoton steigend im Intervall  $(-\infty; 0]$  und streng monoton fallend im Intervall  $[0; +\infty)$ .

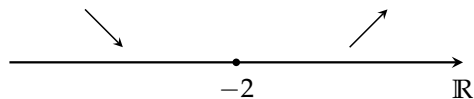
c)

$$\begin{aligned}f(x) &= 4x + x^2 \\f'(x) &= 4 + 2x \\4 + 2x &= 0 \\4 &= -2x \\x &= -2\end{aligned}$$

Keine Lösung. Punktprobe der Steigung:

$$f'(-3) = 4 + 2 \cdot (-3) = -2 < 0$$

$$f'(-1) = 4 + 2 \cdot (-1) = 2 > 0$$



Der Graph von  $f$  ist streng monoton fallend im Intervall  $(-\infty; -2]$  und streng monoton steigend im Intervall  $[-2; +\infty)$ .

d)

$$\begin{aligned}f(x) &= -9 \\f'(x) &= 0 \\0 &= 0\end{aligned}$$

Unendlich viele Lösungen.

Der Graph von  $f$  verläuft parallel zur  $x$ -Achse und besitzt somit im Intervall  $(-\infty; +\infty)$  an jeder Stelle eine waagerechte Tangente. Dadurch ist er weder monoton steigend, noch fallend.

e)

$$f(x) = x^4 - 2x^2$$

$$f'(x) = 4x^3 - 4x$$

$$4x^3 - 4x = 0$$

$$4x(x^2 - 1) = 0$$

$$4x = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x_{2,3} = \pm 1$$

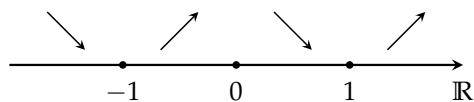
Punktprobe der Steigung:

$$f'(-2) = 4 \cdot (-2)^3 - 4 \cdot (-2) = -24 < 0$$

$$f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 1\frac{1}{2} > 0$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = -1\frac{1}{2} < 0$$

$$f'(2) = 4 \cdot 2^3 - 4 \cdot 2 = 24 > 0$$



Der Graph von  $f$  ist streng monoton fallend in den Intervallen

$$(-\infty; -1] \quad \text{und} \quad [0; 1]$$

und streng monoton steigend in den Intervallen

$$[-1; 0] \quad \text{und} \quad [1; +\infty)$$

f)

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 9x + 1$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}x - 9$$

$$\frac{2}{3}x - 9 = 0$$

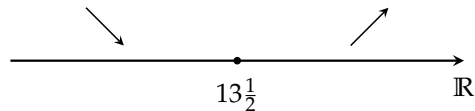
$$\frac{2}{3}x = 9$$

$$x = 13\frac{1}{2}$$

Punktprobe der Steigung:

$$f'(0) = \frac{2}{3} \cdot 0 - 9 = -9 < 0$$

$$f'(18) = \frac{2}{3} \cdot 18 - 9 = 3 > 0$$



Der Graph von  $f$  ist streng monoton fallend im Intervall  $(-\infty; 13\frac{1}{2}]$  und streng monoton steigend im Intervall  $[13\frac{1}{2}; +\infty)$ .

g)

$$f(x) = 0,25x^4 - 2x^2$$

$$f'(x) = x^3 - 4x$$

$$x^3 - 4x = 0$$

$$x(x^2 - 4) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x_{2,3} = \pm 2$$

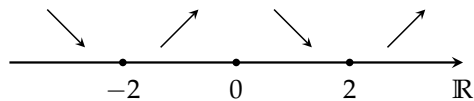
Punktprobe der Steigung:

$$f'(-3) = (-3)^3 - 4 \cdot (-3) = -15 < 0$$

$$f'(-1) = (-1)^3 - 4 \cdot (-1) = 3 > 0$$

$$f'(1) = 1^3 - 4 \cdot 1 = -3 < 0$$

$$f'(3) = 3^3 - 4 \cdot 3 = 15 > 0$$



Der Graph von  $f$  ist streng monoton fallend in den Intervallen

$$(-\infty; -2] \quad \text{und} \quad [0; 2]$$

und streng monoton steigend in den Intervallen

$$[-2; 0] \quad \text{und} \quad [2; +\infty)$$

h)

$$f(x) = 2x^4 + x^3$$

$$f'(x) = 8x^3 + 3x^2$$

$$8x^3 + 3x^2 = 0$$

$$x^2(8x + 3) = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$8x + 3 = 0$$

$$8x = -3$$

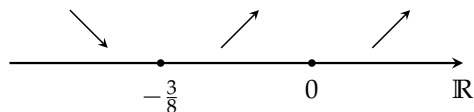
$$x_2 = -\frac{3}{8}$$

Punktprobe der Steigung:

$$f'(-1) = 8 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 = -5 < 0$$

$$f'\left(-\frac{1}{8}\right) = 8 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^3 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{32} > 0$$

$$f'(1) = 8 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 = 11 > 0$$



Der Graph von  $f$  ist streng monoton steigend in den Intervallen

$$\left[-\frac{3}{8}; 0\right] \quad \text{und} \quad [0; +\infty)$$

bzw. im Intervall

$$\left[-\frac{3}{8}; +\infty\right)$$

und streng monoton fallend im Intervall

$$\left(-\infty; -\frac{3}{8}\right]$$

i)

$$f(x) = -x^5 - x^4$$

$$f'(x) = -5x^4 - 4x^3$$

$$-5x^4 - 4x^3 = 0$$

$$x^3(-5x - 4) = 0$$

$$x^3 = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$-5x - 4 = 0$$

$$-5x = 4$$

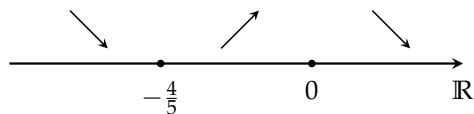
$$x_2 = -\frac{4}{5}$$

Punktprobe der Steigung:

$$f'(-1) = -5 \cdot (-1)^4 - 4 \cdot (-1)^3 = -1 < 0$$

$$f'\left(-\frac{1}{2}\right) = -5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{16} > 0$$

$$f'(1) = -5 \cdot 1^4 - 4 \cdot 1^3 = -9 < 0$$



Der Graph von  $f$  ist streng monoton fallend in den Intervallen  $\left(-\infty; -\frac{4}{5}\right]$  und  $[0; +\infty)$  und streng monoton steigend im Intervall  $\left[-\frac{4}{5}; 0\right]$

