

Aufgabe 12

a)

$$O_{\text{Zylinder}} = 2G + M = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

Der Oberflächeninhalt des Zylinders beträgt demnach

$$O = 2\pi \cdot 24^2 + 2\pi \cdot 24 \cdot 19 = 2064\pi \approx 6484,25 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Der „Boden“ der Halbkugel muss abgezogen werden:

$$A_{\text{Kreis}} = \pi r^2$$

$$A = \pi \cdot 10,5^2 = 110,25\pi \approx 346,36 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Wir addieren aber den Oberflächeninhalt der Halbkugel dazu:

$$O_{\text{Halbkugel}} = \frac{O_{\text{Kugel}}}{2} = \frac{4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2$$

$$O = 2\pi \cdot 10,5^2 = 220,5\pi \approx 692,72 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Das heißt

$$O_{\text{Werkstück}} = 2064\pi - 110,25\pi + 220,5\pi \approx 6830,61 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Mit

$$V_{\text{Zylinder}} = \pi r^2 h$$

und

$$V_{\text{Halbkugel}} = \frac{V_{\text{Kugel}}}{2} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

erhalten wir

$$V_{\text{Werkstück}} = \pi \cdot 24^2 \cdot 19 + \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 10,5^3 = 11.715,75\pi \approx 36.806,11 \text{ [mm}^3\text{]}$$

b)

$$O_{\text{Würfel}} = 6a^2$$

Der Oberflächeninhalt des Würfels ist also

$$O = 6 \cdot 21^2 = 2646 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Der „Boden“ der Halbkugel muss abgezogen werden:

$$A_{\text{Kreis}} = \pi r^2$$

$$A = \pi \cdot 10,5^2 = 110,25\pi \approx 346,36 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Wir addieren aber den Oberflächeninhalt der Halbkugel dazu:

$$O_{\text{Halbkugel}} = \frac{O_{\text{Kugel}}}{2} = \frac{4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2$$

$$O = 2\pi \cdot 10,5^2 = 220,5\pi \approx 692,72 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Somit erhalten wir

$$O_{\text{Werkstück}} = 2646 - 110,25\pi + 220,5\pi \approx 2992,36 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Mit

$$V_{\text{Würfel}} = a^3$$

und

$$V_{\text{Halbkugel}} = \frac{V_{\text{Kugel}}}{2} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

folgt (weil die Halbkugel eine Bohrung ist)

$$V_{\text{Werkstück}} = 21^3 - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 10,5^3 \approx 6836,48 \text{ [mm}^3\text{]}$$

c)

$$A_{\text{Kreis}} = \pi r^2$$

Das heißt

$$A_{\text{Ring}} = A_{\text{groß}} - A_{\text{klein}}$$

und somit

$$A = \pi \cdot 14,5^2 - \pi \cdot 12,5^2 = 54\pi \approx 169,65 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Zum Oberflächeninhalt gehören außerdem die Oberflächen von zwei (unterschiedlich großen!) Halbkugeln:

$$O_{\text{Halbkugel}} = \frac{O_{\text{Kugel}}}{2} = \frac{4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2$$

$$O_{\text{groß}} = 2\pi \cdot 14,5^2 = 420,5\pi \approx 1321,04 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$O_{\text{klein}} = 2\pi \cdot 12,5^2 = 312,5\pi \approx 981,75 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Also

$$O_{\text{Werkstück}} = 169,65 + 420,5\pi + 312,5\pi \approx 2472,44 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Mit

$$V_{\text{Halbkugel}} = \frac{V_{\text{Kugel}}}{2} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

berechnen wir das Volumen der „Schale“:

$$V_{\text{Werkstück}} = \frac{2}{3}\pi \cdot 14,5^3 - \frac{2}{3}\pi \cdot 12,5^3 = 36\pi \approx 113,1 \text{ [mm}^3\text{]}$$

Aufgabe 13

Zusammen gehören:

- 1 und e
- 2 und a
- 3 und d
- 4 und f
- 5 und c
- 6 und b

1)

$$A_{\text{Halbkreis}} = \frac{A_{\text{Kreis}}}{2} = \frac{\pi r^2}{2}$$
$$A = \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = \frac{\pi}{2} \approx 1,57 \text{ [cm}^2\text{]}$$

2)

$$A_{\text{Rechteck}} = ab$$
$$A = 0,5 \cdot 2 = 1 \text{ [cm}^2\text{]}$$

3)

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2}gh$$
$$A = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1 \text{ [cm}^2\text{]}$$

4)

$$A_{\text{Viertelkreis}} = \frac{A_{\text{Kreis}}}{4} = \frac{\pi r^2}{4}$$

$$A_{\text{Viertelkreis}} = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = \frac{\pi}{4} \approx 0,79 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} g h$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$A_{\text{gesamt}} = A_{\text{Viertelkreis}} + A_{\text{Dreieck}}$$

$$A_{\text{gesamt}} = 0,79 + 0,25 = 1,04 \text{ [cm}^2\text{]}$$

5)

$$A_{\text{Rechteck}} = ab$$

$$A = 0,5 \cdot 2 = 1 \text{ [cm}^2\text{]}$$

6)

$$A_{\text{Viertelkreis}} = \frac{A_{\text{Kreis}}}{4} = \frac{\pi r^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = \frac{\pi}{4} \approx 0,79 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Aufsteigend sortiert nach dem Flächeninhalt:

6; 2; 3; 5; 4; 1

a)

$$O_{\text{Zylinder}} = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h$$

$$O = 2\pi \cdot 0,5^2 + 2\pi \cdot 0,5 \cdot 2 = 2,5\pi \approx 7,85 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$V_{\text{Zylinder}} = \pi r^2 h$$

$$V = \pi \cdot 0,5^2 \cdot 2 = 0,5\pi \approx 1,57 \text{ [cm}^3\text{]}$$

b)

$$O_{\text{Halbkugel}} = \frac{O_{\text{Kugel}}}{2} = \frac{4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2$$

$$O = 2\pi \cdot 1^2 = 2\pi \approx 6,28 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$V_{\text{Halbkugel}} = \frac{V_{\text{Kugel}}}{2} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{2}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{2}{3}\pi \approx 2,09 \text{ [cm}^3\text{]}$$

c)

$$M_{\text{Zylinder}} = 2\pi r h$$

$$M_{\text{gro\ss}} = 2\pi \cdot 1 \cdot 2 = 4\pi \approx 12,57 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$M_{\text{klein}} = 2\pi \cdot 0,5 \cdot 2 = 2\pi \approx 6,28 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$A_{\text{Kreis}} = \pi r^2$$

$$A_{\text{Ring}} = \pi R^2 - \pi r^2$$

$$A_{\text{Ring}} = \pi \cdot 1^2 - \pi \cdot 0,5^2 = 0,75\pi \approx 2,36 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$O_{\text{Rohr}} = 2 \cdot A_{\text{Ring}} + M_{\text{gro\ss}} + M_{\text{klein}}$$

$$O_{\text{Rohr}} = 2 \cdot 0,75\pi + 4\pi + 2\pi = 7,5\pi \approx 23,56 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$V_{\text{Zylinder}} = \pi r^2 h$$

$$V_{\text{Rohr}} = \pi R^2 h - \pi r^2 h$$

$$V_{\text{Rohr}} = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 - \pi \cdot 0,5^2 \cdot 2 = 1,5\pi \approx 4,71 \text{ [cm}^3\text{]}$$

d)

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$1^2 + 2^2 = s^2$$

$$5 = s^2$$

 $\sqrt{\quad}$

$$s = \sqrt{5} \approx 2,24 \text{ [cm]}$$

$$O_{\text{Kegel}} = \pi r^2 + \pi r s$$

$$O = \pi \cdot 1^2 + \pi \cdot 1 \cdot \sqrt{5} = (1 + \sqrt{5})\pi \approx 10,17 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = \frac{2}{3} \pi \approx 2,09 \text{ [cm}^3\text{]}$$

e)

$$O_{\text{Kugel}} = 4\pi r^2$$

$$O = 4\pi \cdot 1^2 = 4\pi \approx 12,57 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = \frac{4}{3} \pi \approx 4,19 \text{ [cm}^3\text{]}$$

f)

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$1^2 + 0,5^2 = s^2$$

$$1,25 = s^2$$

 $\sqrt{\quad}$

$$s = 1,12$$

$$M_{\text{Kegel}} = \pi r s$$

$$M_{\text{Kegel}} = \pi \cdot 1 \cdot 1,12 = 1,12\pi \approx 3,52 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$O_{\text{Halbkugel}} = \frac{O_{\text{Kugel}}}{2} = \frac{4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2$$

$$O_{\text{Halbkugel}} = 2\pi \cdot 1^2 = 2\pi \approx 6,28 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$O_{\text{gesamt}} = M_{\text{Kegel}} + O_{\text{Halbkugel}}$$

$$O_{\text{gesamt}} = 1,12\pi + 2\pi = 3,12\pi \approx 9,8 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3}\pi \cdot 1^2 \cdot 0,5 = \frac{1}{6}\pi \approx 0,52 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$V_{\text{Halbkugel}} = \frac{V_{\text{Kugel}}}{2} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$V_{\text{Halbkugel}} = \frac{2}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{2}{3}\pi \approx 2,09 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$V_{\text{gesamt}} = V_{\text{Kegel}} + V_{\text{Halbkugel}}$$

$$V_{\text{gesamt}} = \frac{1}{6}\pi + \frac{2}{3}\pi = \frac{5}{6}\pi \approx 2,62 \text{ [cm}^3\text{]}$$

Aufsteigend sortiert nach dem Oberflächeninhalt:

b; a; f; d; e; c

Aufsteigend sortiert nach dem Volumen:

a; b; d; f; e; c