Aufgabe 14

a)

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2}gh \qquad A_{\text{Quadrat}} = a^2 \qquad A_{\text{Kreis}} = \pi r^2$$

Mit

$$g = 2\ [LE] \qquad h = 2\ [LE] \qquad r = 1\ [LE]$$

erhalten wir:

$$\begin{aligned} A_{\text{Dreieck}} &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2\ [FE] \\ A_{\text{Quadrat}} &= 2^2 = 4\ [FE] \\ A_{\text{Kreis}} &= \pi \cdot 1^2 = \pi\ [FE] \end{aligned}$$

Die Flächeninhalte stehen im Verhältnis

$$2 : 4 : \pi$$

oder gekürzt

$$1 : 2 : \frac{\pi}{2}$$

b) Aus dem Dreieck entsteht ein Kegel, aus dem Quadrat entsteht ein Zylinder und aus dem Kreis entsteht eine Kugel.

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \qquad V_{\text{Zylinder}} = \pi r^2 h \qquad V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Mit

$$r = 1\ [LE] \qquad h = 2\ [LE]$$

folgt:

$$\begin{aligned} V_{\text{Kegel}} &= \frac{1}{3}\pi \cdot 1^2 \cdot 2 = \frac{2}{3}\pi\ [VE] \\ V_{\text{Zylinder}} &= \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi\ [VE] \end{aligned}$$

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3}\pi 1^3 = \frac{4}{3}\pi\ [VE]$$

Die Volumina stehen also im Verhältnis

$$\frac{2}{3}\pi : 2\pi : \frac{4}{3}\pi$$

oder gekürzt

$$1 : 3 : 2$$

c)

$$O_{\text{Kegel}} = \pi r^2 + \pi r s \qquad O_{\text{Zylinder}} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$O_{\text{Kugel}} = 4\pi r^2$$

Mit

$$r = 1\ [LE] \qquad h = 2\ [LE]$$

und

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ 1^2 + 2^2 &= s^2 \\ 5 &= s^2 \qquad\qquad\qquad\qquad |\sqrt{\ } \\ s &= \sqrt{5} \approx 2{,}24\ [LE] \end{aligned}$$

folgt:

$$\begin{aligned} O_{\text{Kegel}} &= \pi \cdot 1^2 + \pi \cdot 1 \cdot \sqrt{5} = (1+\sqrt{5})\pi\ [FE] \\ O_{\text{Zylinder}} &= 2\pi \cdot 1^2 + 2\pi \cdot 1 \cdot 2 = 6\pi\ [FE] \\ O_{\text{Kugel}} &= 4\pi 1^2 = 4\pi\ [FE] \end{aligned}$$

Das heißt die Oberflächeninhalte stehen im Verhältnis

$$(1+\sqrt{5})\pi : 6\pi : 4\pi$$

oder gekürzt

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} : 3 : 2$$

Dabei ist der Wert

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

der sogenannte *Goldene Schnitt* (φ).