Aufgabe 12

$$a(t) = -0{,}05t^3 + 1{,}8t^2 - 19{,}2t + 62{,}5$$
$$10 < t \leqslant 19{,}5$$

a)

$$a(13) = -0{,}05 \cdot (13)^3 + 1{,}8 \cdot (13)^2 - 19{,}2 \cdot (13) + 62{,}5 = 7{,}25$$

7250 Besucher befanden sich im Park drei Stunden nach der Öffnung.

b)

$$a'(t) = -0{,}15t^2 + 3{,}6t - 19{,}2$$

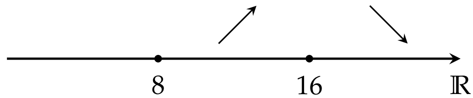
Notwendige Bedingung: $a'(t) = 0$

$$\begin{aligned} -0{,}15t^2 + 3{,}6t - 19{,}2 &= 0 \\ t^2 - 24t + 128 &= 0 \\ t_{1,2} &= \frac{24}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{24}{2}\right)^2 - 128} \\ &= 12 \pm 4 \\ t_1 &= 12 - 4 = 8 \\ t_2 &= 12 + 4 = 16 \end{aligned}$$

$t_1 = 8$ liegt nicht im Intervall $(10; 19{,}5]$!

Hinreichende Bedingung: Vorzeichenwechsel bei $a'(t)$

$$\left.\begin{aligned} a'(15) &= -0{,}15 \cdot 15^2 + 3{,}6 \cdot 15 - 19{,}2 = 1{,}05 > 0 \\ a'(17) &= -0{,}15 \cdot 17^2 + 3{,}6 \cdot 17 - 19{,}2 = -1{,}35 < 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}\text{lokaler} \\ \text{Hochpunkt} \\ \text{bei } t = 16\end{array}$$



$$a(16) = -0{,}05 \cdot 16^3 + 1{,}8 \cdot 16^2 - 19{,}2 \cdot 16 + 62{,}5 = 11{,}3$$

Randvergleich:

$$a(10) = -0{,}05 \cdot 10^3 + 1{,}8 \cdot 10^2 - 19{,}2 \cdot 10 + 62{,}5 = 0{,}5$$
$$a(19{,}5) = -0{,}05 \cdot 19{,}5^3 + 1{,}8 \cdot 19{,}5^2 - 19{,}2 \cdot 19{,}5 + 62{,}5 \approx 1{,}81$$

Um 16:00 Uhr ist die Anzahl der Besucher im Park am größten.
Zu diesem Zeitpunkt befinden sich 11.300 Besucher im Park.

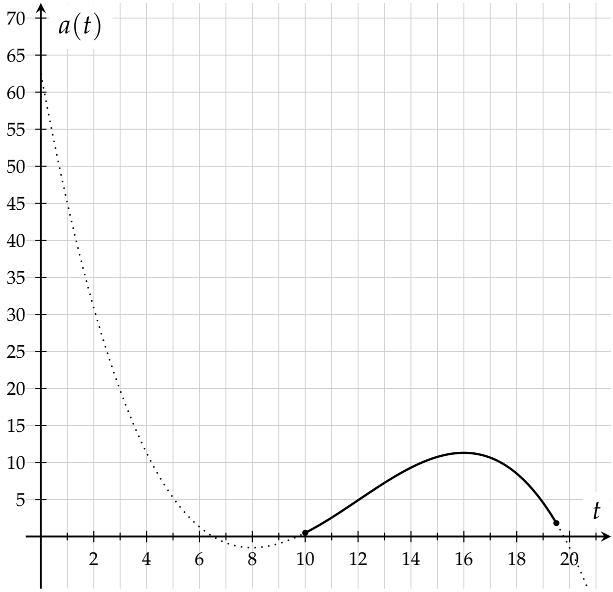
c) $a(t) = 8{,}5$ (8500 Besucher)

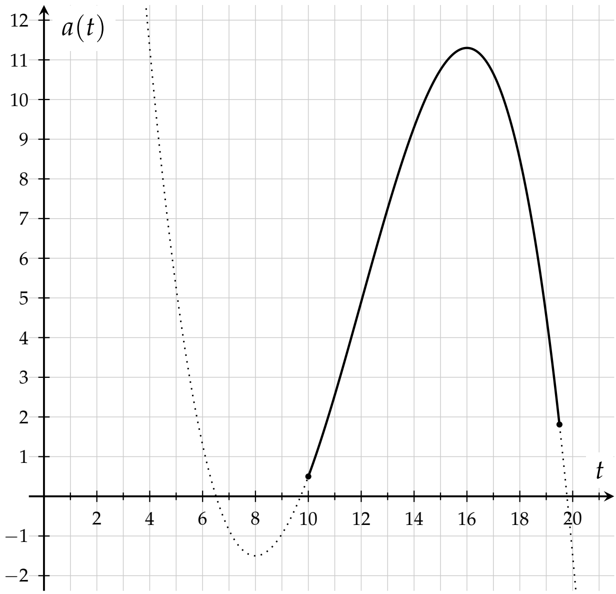
$$-0{,}05t^3 + 1{,}8t^2 - 19{,}2t + 62{,}5 = 8{,}5$$
$$-0{,}05t^3 + 1{,}8t^2 - 19{,}2t + 54 = 0$$

Mit GTR:

$$t_1 \approx 4{,}42 \qquad t_2 \approx 13{,}58 \qquad t_3 \approx 18$$

Die Uhrzeit $t_1 \approx 4{,}42$ liegt außerhalb des Intervalls $(10; 19{,}5]$. Zwischen etwa 13:35 (0,58 entspricht 35 Minuten) und 18:00 sind mindestens 8500 Besucher im Park.


a(t)
t
70
65
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20


a(t)
t
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
−1
−2
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20