Aufgabe 1

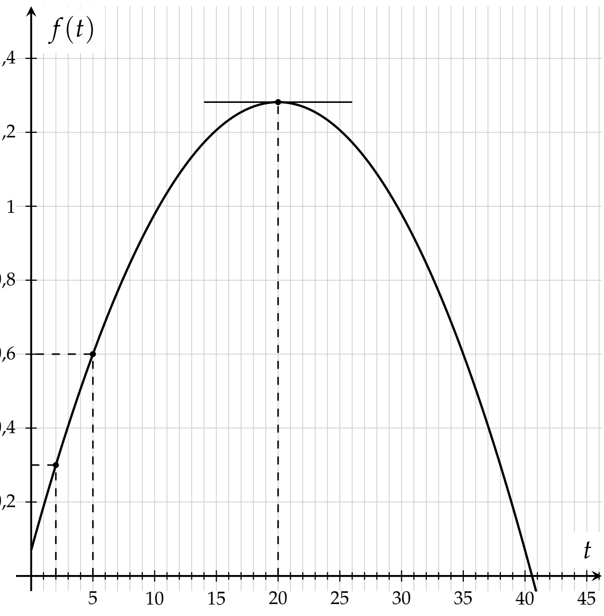
Gibt $f(t)$ die Höhe, so gibt die $f'(t)$ die Wachstumsgeschwindigkeit der Sonnenblume an.

a) $f(2) = 0{,}3$

b) $f'(20) = 0$

c) $f(5) = 0{,}6$

d)



Aufgabe 3

$$f(t) = -t^3 + 24t^2 - 117t + 182$$

a)

$$f(11) = -11^3 + 24 \cdot 11^2 - 117 \cdot 11 + 182 = 468$$

Um 11 Uhr waren 468 Besucher auf dem Schulfest.

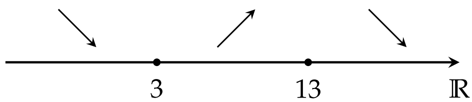
b)

$$f'(t) = -3t^2 + 48t - 117$$

$$\begin{aligned} f'(t) &= 0 \\ -3t^2 + 48t - 117 &= 0 \\ t^2 - 16t + 39 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{1,2} &= \frac{16}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{16}{2}\right)^2 - 39} \\ &= 8 \pm 5 \\ t_1 &= 3 \\ t_2 &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(0) &= -3 \cdot 0^2 + 48 \cdot 0 - 117 = -117 < 0 \\ f'(10) &= -3 \cdot 10^2 + 48 \cdot 10 - 117 = 63 > 0 \\ f'(15) &= -3 \cdot 15^2 + 48 \cdot 15 - 117 = -72 < 0 \end{aligned}$$



Die Anzahl der Besucher steigt zwischen 7:30 Uhr und 13:00 Uhr (3:00 liegt außerhalb des Definitionsbereichs von f).

c) Notwendige Bedingung: $f'(t) = 0$

$$\begin{aligned} f'(t) &= 0 \\ t_1 &= 3 \\ t_2 &= 13 \end{aligned}$$

Hinreichende Bedingung: Vorzeichenwechsel bei $f'(t)$

$$\left.\begin{aligned} f'(0) &= -117 < 0 \\ f'(10) &= 63 > 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}\text{lokaler Tiefpunkt} \\ \text{bei } t = 3\end{array}$$

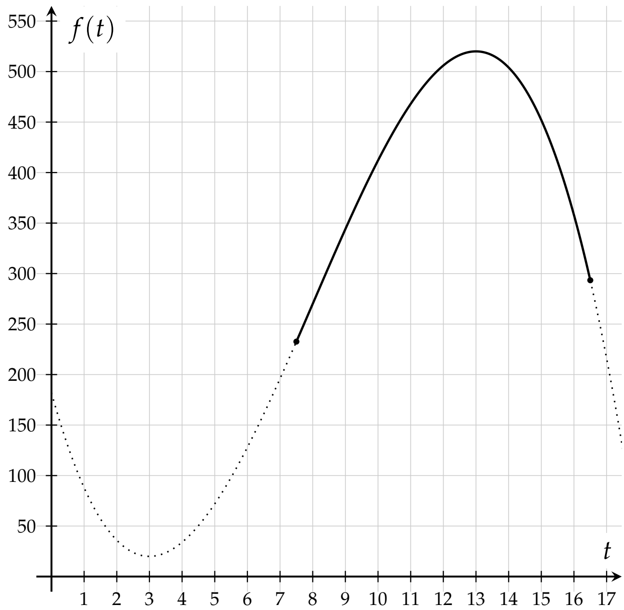
$$\left.\begin{aligned} f'(10) &= 63 > 0 \\ f'(15) &= -72 < 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}\text{lokaler Hochpunkt} \\ \text{bei } t = 13\end{array}$$

$$\begin{aligned} f(3) &= -3^3 + 24 \cdot 3^2 - 117 \cdot 3 + 182 = 20 \\ f(13) &= -13^3 + 24 \cdot 13^2 - 117 \cdot 13 + 182 = 520 \end{aligned}$$

Randvergleich:

$$\begin{aligned} f(7{,}5) &= -7{,}5^3 + 24 \cdot 7{,}5^2 - 117 \cdot 7{,}5 + 182 \approx 232{,}63 \\ f(16{,}5) &= -16{,}5^3 + 24 \cdot 16{,}5^2 - 117 \cdot 16{,}5 + 182 \approx 293{,}38 \end{aligned}$$

Zum Zeitpunkt $t = 7{,}5$, also um 7:30 Uhr waren die wenigsten Besucher auf dem Schulfest ($t = 3$ liegt außerhalb des Definitionsbereichs von f). Die meisten Besucher waren zum Zeitpunkt $t = 13$, also 13:00 Uhr anwesend.



f(t)
t
550
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17