Aufgabe 10

a) Die Urne enthält insgesamt

$$8 + 6 + 10 = 24$$

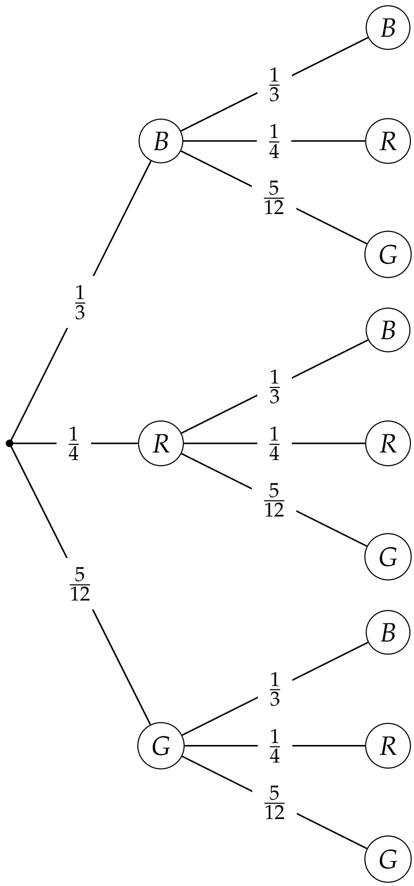
Kugeln.

$$P(B) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$
$$P(R) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$
$$P(G) = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

b) *(A)* Beim Ziehen mit Zurücklegen bleiben die Gesamtzahl der Kugeln und die Verteilung der Farben gleich, also auch die Wahrscheinlichkeiten. Mit den Pfadregeln folgt:

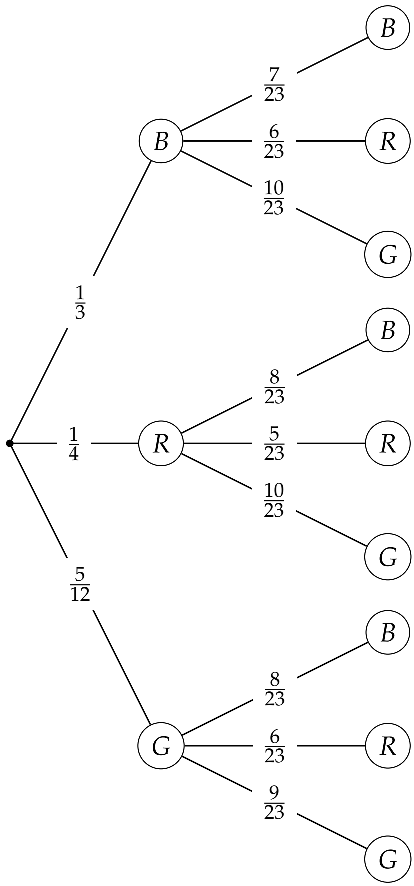
$$\begin{aligned}
P(RR) &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16} \\
P(BB) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \\
P(\text{„rot und gelb“}) &= P(RG) + P(GR) \\
&= \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{12} + \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{4} \\
&= \frac{5}{48} + \frac{5}{48} = \frac{10}{48} = \frac{5}{24} \\
P(\text{„keine Kugel rot“}) &= P(BB) + P(BG) + P(GB) + P(GG)
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{12} + \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{3} + \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12}$$
$$= \frac{1}{9} + \frac{5}{36} + \frac{5}{36} + \frac{25}{144}$$
$$= \frac{9}{16}$$



(B) Beim Ziehen ohne Zurücklegen ändert sich sowohl die Gesamtzahl der Kugeln als auch die Verteilung der Farben, dadurch ändern sich auch die Wahrscheinlichkeiten. Mit den Pfadregeln folgt:

$$
\begin{aligned}
P(RR) &= \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{23} = \frac{5}{92} \\
P(BB) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{23} = \frac{7}{69} \\
P(\text{„rot und gelb“}) &= P(RG) + P(GR) \\
&= \frac{1}{4} \cdot \frac{10}{23} + \frac{5}{12} \cdot \frac{6}{23} \\
&= \frac{5}{46} + \frac{5}{46} = \frac{10}{46} = \frac{5}{23} \\
P(\text{„keine Kugel rot“}) &= P(BB) + P(BG) + P(GB) + P(GG) \\
&= \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{23} + \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{23} + \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{23} + \frac{5}{12} \cdot \frac{9}{23} \\
&= \frac{7}{69} + \frac{10}{69} + \frac{10}{69} + \frac{15}{92} \\
&= \frac{51}{92}
\end{aligned}
$$



B
R
G
B
R
G
B
R
G
B
R
G
1/3
1/4
5/12
7/23
6/23
10/23
8/23
5/23
10/23
8/23
6/23
9/23

c) Die Urne würde dann insgesamt

$$800 + 600 + 1000 = 2400$$

Kugeln enthalten. Die Wahrscheinlichkeiten ändern sich dadurch nicht:

$$P(B) = \frac{800}{2400} = \frac{1}{3}$$

$$P(R) = \frac{600}{2400} = \frac{1}{4}$$

$$P(G) = \frac{1000}{2400} = \frac{5}{12}$$