

Aufgabe 3

a)

$$(3 \mid 3)$$

$$3 + 3 = 6$$

$$6 = 6$$

$$2 \cdot 3 - 4 \cdot 3 = 10$$

$$6 - 12 = 10$$

$$-6 \neq 10$$

Das Paar $(3 \mid 3)$ ist keine Lösung.

$$(10 \mid 2)$$

$$10 + 2 = 6$$

$$12 \neq 6$$

$$2 \cdot 10 - 4 \cdot 2 = 10$$

$$20 - 8 = 10$$

$$12 \neq 10$$

Das Paar $(10 \mid 2)$ ist keine Lösung.

b)

$$(2 \mid 1)$$

$$3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 8$$

$$6 + 2 = 8$$

$$8 = 8$$

$$-2 + 3 \cdot 1 = 1$$

$$-2 + 3 = 1$$

$$1 = 1$$

Das Paar $(2 \mid 1)$ ist eine Lösung.

$$(0 \mid 2)$$

$$3 \cdot 0 + 2 \cdot 2 = 8$$

$$0 + 4 = 8$$

$$4 \neq 8$$

$$-0 + 3 \cdot 2 = 1$$

$$0 + 6 = 1$$

$$6 \neq 1$$

Das Paar $(0 \mid 2)$ ist keine Lösung.

c)

$$(1 \mid 2)$$

$$3 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 8$$

$$3 - 4 = 8$$

$$-1 \neq 8$$

$$-4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = -11$$

$$-4 + 6 = -11$$

$$2 \neq -11$$

Das Paar $(1 \mid 2)$ ist keine Lösung.

$$(2 \mid -1)$$

$$3 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) = 8$$

$$6 + 2 = 8$$

$$8 = 8$$

$$-4 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) = -11$$

$$-8 - 3 = -11$$

$$-11 = -11$$

Das Paar $(2 \mid -1)$ ist eine Lösung.

d)

$$(5 \mid 4)$$

$$4 \cdot 5 - 5 \cdot 4 = 0$$

$$20 - 20 = 0$$

$$0 = 0$$

$$6 \cdot 5 - 5 \cdot 4 = 10$$

$$30 - 20 = 10$$

$$10 = 10$$

Das Paar $(5 \mid 4)$ ist eine Lösung.

$$(10 \mid 8)$$

$$4 \cdot 10 - 5 \cdot 8 = 0$$

$$40 - 40 = 0$$

$$0 = 0$$

$$6 \cdot 10 - 5 \cdot 8 = 10$$

$$60 - 40 = 10$$

$$20 \neq 10$$

Das Paar (10 | 8) ist keine Lösung.

Aufgabe 4

Rechnerische Lösungen:

a)

$$y = x - 3$$

$$y = -4x + 32$$

Also

$$x - 3 = -4x + 32 \quad | + 3$$

$$x = -4x + 35 \quad | + 4x$$

$$5x = 35 \quad | : 5$$

$$x = 7$$

$$y = 7 - 3 = 4$$

Die Lösung lautet (7 | 4).

b)

$$y = \frac{2}{3}x - 4$$

$$7 = x - y$$

Wir formen die zweite Gleichung um:

$$7 = x - y \quad | + y$$

$$7 + y = x \quad | - 7$$

$$y = x - 7$$

Also

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x - 4 &= x - 7 && | + 4 \\ \frac{2}{3}x &= x - 3 && | - x \\ -\frac{1}{3}x &= -3 && | : (-\frac{1}{3}) \\ x &= 9 \\ y &= 9 - 7 = 2 \end{aligned}$$

Die Lösung lautet (9 | 2).

c)

$$\begin{aligned} 2y &= 6x - 4 \\ 3y &= -3x + 18 \end{aligned}$$

Wir formen zunächst die erste und danach die zweite Gleichung um:

$$\begin{aligned} 2y &= 6x - 4 && | : 2 \\ y &= 3x - 2 \\ 3y &= -3x + 18 && | : 3 \\ y &= -x + 6 \end{aligned}$$

Also

$$\begin{aligned} 3x - 2 &= -x + 6 && | + x \\ 4x - 2 &= 6 && | + 2 \\ 4x &= 8 && | : 4 \\ x &= 2 \\ y &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

Die Lösung lautet (2 | 4).

d)

$$y = 3x - 4$$

$$x + y = 0$$

Wir formen die zweite Gleichung um:

$$x + y = 0 \quad | -x$$

$$y = -x$$

Also

$$-x = 3x - 4 \quad | -3x$$

$$-4x = -4 \quad | : (-4)$$

$$x = 1$$

$$y = -1$$

Die Lösung lautet $(1 \mid -1)$.

e)

$$y = 2x$$

$$2 = -x + y$$

Wir formen die zweite Gleichung um:

$$2 = -x + y \quad | +x$$

$$2 + x = y$$

Also

$$2x = 2 + x \quad | -x$$

$$x = 2$$

$$y = 2 + 2 = 4$$

Die Lösung lautet $(2 \mid 4)$.

f)

$$\begin{aligned} y &= -4x \\ x + y &= 0 \end{aligned}$$

Wir formen die zweite Gleichung um:

$$\begin{aligned} x + y &= 0 && | -x \\ y &= -x \end{aligned}$$

Also

$$\begin{aligned} -4x &= -x && | +x \\ -3x &= 0 && | :(-3) \\ x &= 0 \\ y &= -0 = 0 \end{aligned}$$

Die Lösung lautet $(0 \mid 0)$.

g)

$$\begin{aligned} x + y &= 1 \\ x - y &= 1 \end{aligned}$$

Wir formen zunächst die erste und danach die zweite Gleichung um:

$$\begin{aligned} x + y &= 1 && | -x \\ y &= 1 - x \\ x - y &= 1 && | +y \\ x &= 1 + y && | -1 \\ x - 1 &= y \end{aligned}$$

Also

$$\begin{array}{rcl} 1 - x = x - 1 & & | + 1 \\ 2 - x = x & & | + x \\ 2 = 2x & & | : 2 \\ 1 = x & & \\ y = 1 - 1 = 0 & & \end{array}$$

Die Lösung lautet $(1 | 0)$.

h)

$$\begin{array}{l} y - 2x = -3 \\ 2x - 3y = -9 \end{array}$$

Wir formen zunächst die erste und danach die zweite Gleichung um:

$$\begin{array}{rcl} y - 2x = -3 & & | + 2x \\ y = -3 + 2x & & \\ 2x - 3y = -9 & & | - 2x \\ -3y = -9 - 2x & & | : (-3) \\ y = 3 + \frac{2}{3}x & & \end{array}$$

Also

$$\begin{array}{rcl} -3 + 2x = 3 + \frac{2}{3}x & & | + 3 \\ 2x = 6 + \frac{2}{3}x & & | - \frac{2}{3}x \end{array}$$

$$\frac{4}{3}x = 6 \quad | : \frac{4}{3}$$

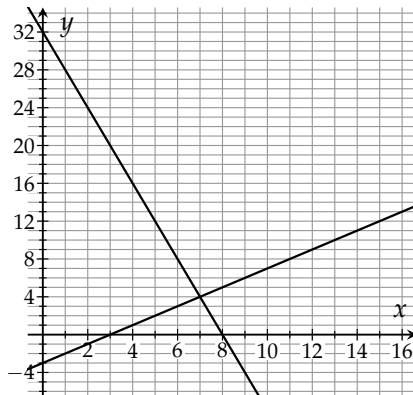
$$x = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

$$y = 3 + \frac{2}{3} \cdot 4\frac{1}{2} = 6$$

Die Lösung lautet $(4\frac{1}{2} | 6)$.

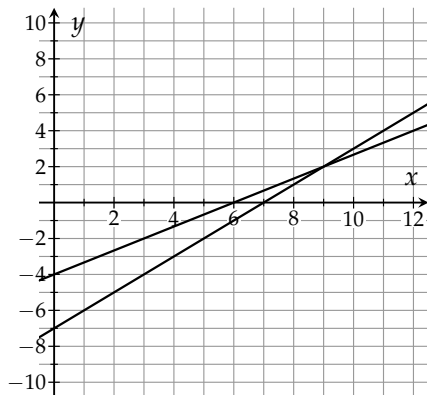
Grafische Lösungen:

a)



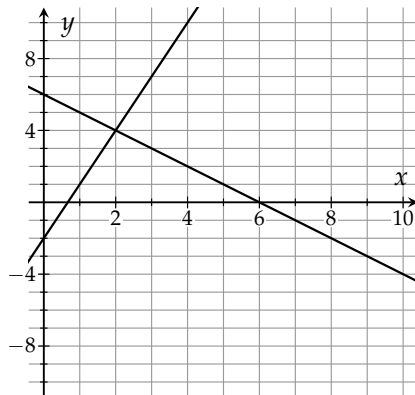
Die Lösung lautet $(7 | 4)$.

b)



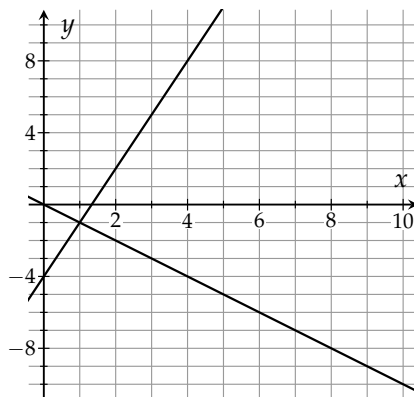
Die Lösung lautet $(9 \mid 2)$.

c)



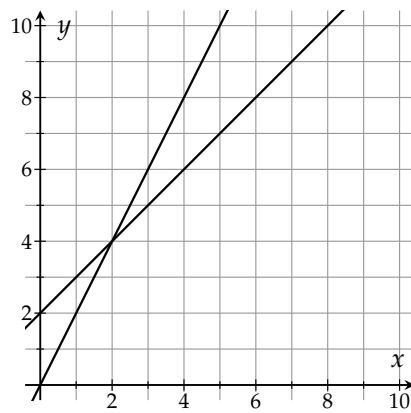
Die Lösung lautet $(2 \mid 4)$.

d)



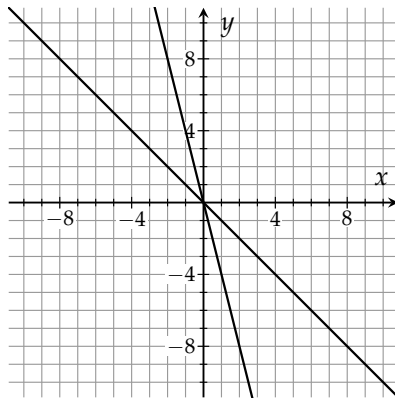
Die Lösung lautet (1 | -1).

e)



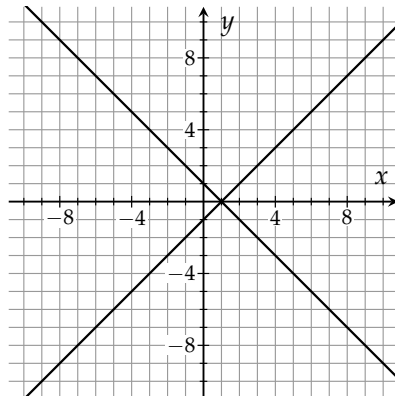
Die Lösung lautet (2 | 4).

f)



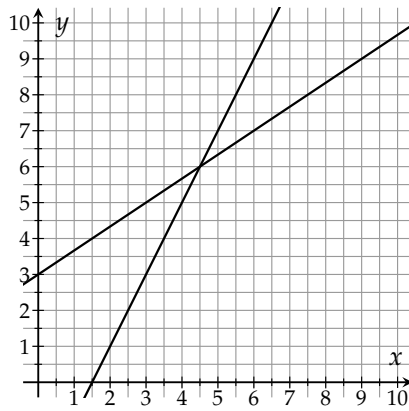
Die Lösung lautet $(0 \mid 0)$.

g)



Die Lösung lautet $(1 \mid 0)$.

h)



Die Lösung lautet $(4\frac{1}{2} \mid 6)$.