Aufgabe 15

p — Ticketpreis im Parkett (in €)
r — Ticketpreis für die Sitze auf den Rängen (in €)

Die Sitze im Parkett sollen 20 € teurer sein, als die Sitze auf den Rängen:

$$p = r + 20$$

Im Parkett stehen 1800 Sitzplätze zur Verfügung, die Einnahmen betragen somit

$$1800 \cdot p$$

Euro. Für 1200 Sitzplätze auf den Rängen erhalten wir

$$1200 \cdot r$$

(vorausgesetzt, alle Tickets werden tatsächlich verkauft). Als Gesamteinnahmen wünschen wir uns 161.000 €:

$$1800p + 1200r = 161.000$$

Das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} p &= r + 20 \\ 1800p + 1200r &= 161.000 \end{aligned}$$

lösen wir mit dem Einsetzungsverfahren:

$$\begin{aligned} 1800 \cdot (r + 20) + 1200r &= 161.000 \\ 1800r + 36.000 + 1200r &= 161.000 \\ 3000r + 36.000 &= 161.000 && \mid -36.000 \\ 3000r &= 125.000 && \mid : 3000 \\ r &\approx 41{,}67 \; [€] \end{aligned}$$

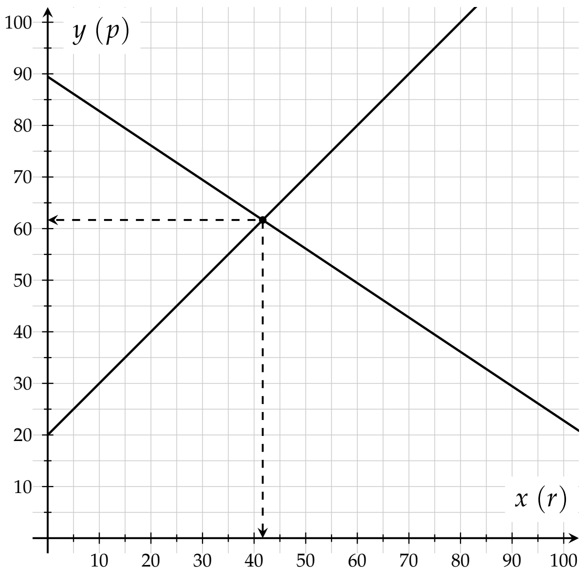
$$p = 41{,}67 + 20 = 61{,}67 \; [€]$$

Die Sitze im Parkett sollen dementsprechend (mindestens) 66,67 € kosten und die Sitze auf den Rängen (mindestens) 41,67 €.

Um das Gleichungssystem graphisch zu lösen, nennen wir p in y und r in x um und lösen beide Gleichungen nach y auf (bzw. ändern einfach die Beschriftung der Achsen und lösen sie nach p auf):

$$y = x + 20$$

$$\begin{aligned} 1800y + 1200x &= 161.000 && \mid : 100 \\ 18y + 12x &= 1610 && \mid -12x \\ 18y &= 1610 - 12x && \mid : 18 \\ y &= -\frac{12}{18}x + \frac{1610}{18} \\ y &= -\frac{2}{3}x + \frac{805}{9} \end{aligned}$$



Wird die Show in eine große Festhalle verlegt, und beträgt die Preisdifferenz d € (die Parkett-Tickets sind immer noch teurer), so erhalten wir das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} p &= r + d \\ 8000p + 6000r &= 500.000 \end{aligned}$$

Wir behandeln hier d als eine unbekannte jedoch feste Zahl.

Mit dem Einsetzungsverfahren folgt:

$$\begin{aligned} 8000 \cdot (r + d) + 6000r &= 500.000 \\ 8000r + 8000d + 6000r &= 500.000 \\ 14.000r + 8000d &= 500.000 && \mid : 1000 \\ 14r + 8d &= 500 && \mid - 8d \\ 14r &= 500 - 8d && \mid : 14 \\ r &= \frac{500 - 8d}{14} \\ r &= \frac{250 - 4d}{7} \end{aligned}$$

$$p = \frac{250 - 4d}{7} + d$$

Ist die Preisdifferenz $d = 20$ €, so lauten die Mindestpreise

$$\begin{aligned} r &= \frac{250 - 4 \cdot 20}{7} = \frac{170}{7} \approx 24{,}29 \text{ [€]} \\ p &= 24{,}29 + 20 = 44{,}29 \text{ [€]} \end{aligned}$$

Mit $d = 30$ € erhalten wir

$$\begin{aligned} r &= \frac{250 - 4 \cdot 30}{7} = \frac{130}{7} \approx 18{,}57 \text{ [€]} \\ p &= 18{,}57 + 30 = 48{,}57 \text{ [€]} \end{aligned}$$

Und mit $d = 10$ € beispielsweise:

$$r = \frac{250 - 4 \cdot 10}{7} = \frac{210}{7} = 30 \text{ [€]}$$
$$p = 30 + 10 = 40 \text{ [€]}$$