Aufgabe 6

a) Wegen

$$\begin{aligned} 6x + 12 &= 0 && \mid -12 \\ 6x &= -12 && \mid :6 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

Gekürzt erhalten wir:

$$\frac{3x-6}{6x+12} = \frac{\cancel{3} \cdot (x-2)}{\cancel{3} \cdot (2x+4)} = \frac{x-2}{2x+4}$$

b) Wegen

$$\begin{aligned} 5x^2 - 20x &= 0 \\ x \cdot (5x - 20) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ 5x - 20 &= 0 && \mid +20 \\ 5x &= 20 && \mid :5 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0;\ 4\}$$

Gekürzt erhalten wir:

$$\frac{x}{5x^2 - 20x} = \frac{\cancel{x}}{\cancel{x} \cdot (5x-20)} = \frac{1}{5x-20}$$

c) Wegen

$$\begin{aligned} 5x^2 - 20 &= 0 && \mid +20 \\ 5x^2 &= 20 && \mid :5 \\ x^2 &= 4 \\ x_1 &= -2 \\ x_2 &= 2 \end{aligned}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2;\ 2\}$$

Gekürzt erhalten wir:

$$\frac{5x}{5x^2 - 20} = \frac{\cancel{5}x}{\cancel{5} \cdot (x^2 - 4)} = \frac{x}{x^2 - 4}$$

d) Wegen

$$\begin{aligned} a^2 - 5a &= 0 \\ a \cdot (a - 5) &= 0 \\ a_1 &= 0 \\ a - 5 &= 0 && \mid +5 \\ a_2 &= 5 \end{aligned}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0;\ 5\}$$

Gekürzt erhalten wir:

$$\frac{a^2 - 4a}{a^2 - 5a} = \frac{\cancel{a} \cdot (a - 4)}{\cancel{a} \cdot (a - 5)} = \frac{a - 4}{a - 5}$$

e) Wegen

$$\begin{aligned} s^2 - s &= 0 \\ s \cdot (s-1) &= 0 \\ s_1 &= 0 \\ s - 1 &= 0 && \mid +1 \\ s_2 &= 1 \end{aligned}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0;\ 1\}$$

Gekürzt erhalten wir:

$$\frac{s-1}{s^2-s} = \frac{\cancel{s} \cdot (1 - \frac{1}{s})}{\cancel{s} \cdot (s-1)} = \frac{1-\frac{1}{s}}{s-1}$$

Dadurch wird der Term nicht wirklich „einfacher“, deswegen ist es eher ein Beispiel von einem Term, den man nicht kürzen sollte.

Aufgabe 7

a) Wegen

$$\begin{aligned} x^2 - 1 &= 0 && \mid +1 \\ x^2 &= 1 \\ x_1 &= -1 \\ x_2 &= 1 \end{aligned}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1;\ 1\}$$

Mit der dritten binomischen Formel erhalten wir

$$\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{\cancel{x-1}}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \frac{1}{x+1}$$

b) Wegen

$$\begin{aligned} z^2 + 10z + 25 &= 0 \\ (z+5)^2 &= 0 \\ z &= -5 \end{aligned}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-5\}$$

Mit der ersten binomischen Formel erhalten wir

$$\frac{z+5}{z^2+10z+25} = \frac{z+5}{(z+5)^2} = \frac{\cancel{z+5}}{\cancel{(z+5)}(z+5)} = \frac{1}{z+5}$$

c) Wegen

$$\begin{aligned} b^2 + 6b + 9 &= 0 \\ (b+3)^2 &= 0 \\ b &= -3 \end{aligned}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-3\}$$

Mit der ersten und der dritten binomischen Formel erhalten wir

$$\frac{b^2+6b+9}{b^2-9} = \frac{(b+3)^2}{(b+3)(b-3)} = \frac{\cancel{(b+3)}(b+3)}{\cancel{(b+3)}(b-3)} = \frac{b+3}{b-3}$$

d) Wegen

$$\begin{aligned} x^2 - 1 &= 0 \qquad\qquad\qquad |+1 \\ x^2 &= 1 \\ x_1 &= -1 \\ x_2 &= 1 \end{aligned}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-1;\ 1\}$$

Mit der dritten binomischen Formel erhalten wir (im Zähler klammern wir nur x aus!)

$$\frac{x^2+x}{x^2-1} = \frac{x\cdot(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x\cdot\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(x-1)} = \frac{x}{x-1}$$

e) Wegen

$$\begin{aligned} t^2 - 4 &= 0 \qquad\qquad\qquad\qquad |+4 \\ t^2 &= 4 \\ t_1 &= -2 \\ t_2 &= 2 \end{aligned}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \backslash \{-2;\ 2\}$$

Mit der zweiten und der dritten binomischen Formel erhalten wir

$$\frac{(t-2)^2}{t^2-4} = \frac{(t-2)(t-2)}{(t+2)(t-2)} = \frac{(t-2)\cancel{(t-2)}}{(t+2)\cancel{(t-2)}} = \frac{t-2}{t+2}$$