

Aufgabe 3

a)

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$$

Mit dem „Über-Kreuz-Multiplizieren“ folgt:

$$\begin{aligned} \frac{4}{x+5} &= \frac{1}{3} \\ 4 \cdot 3 &= 1 \cdot (x+5) \\ 12 &= x+5 && | -5 \\ 7 &= x \end{aligned}$$

b)

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2; -7\}$$

Mit dem „Über-Kreuz-Multiplizieren“ folgt:

$$\begin{aligned} \frac{3}{x-2} &= \frac{12}{x+7} \\ 3 \cdot (x+7) &= 12 \cdot (x-2) \\ 3x+21 &= 12x-24 && | -3x \\ 21 &= 9x-24 && | +24 \\ 45 &= 9x && | :9 \\ 5 &= x \end{aligned}$$

c)

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

Mit dem „Über-Kreuz-Multiplizieren“ folgt:

$$\begin{aligned} \frac{4-x}{3x-1} &= \frac{2x+3}{3x-1} \\ 4-x &= 2x+3 && | +x \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}
 4 & = & 3x + 3 & | - 3 \\
 1 & = & 3x & | : 3 \\
 \frac{1}{3} & = & x &
 \end{array}$$

Keine Lösung, weil $x = \frac{1}{3}$ nicht in \mathbb{D} ist!

d)

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$$

Mit dem „Über-Kreuz-Multiplizieren“ folgt:

$$\begin{array}{rcl}
 \frac{4x - 3}{2x + 8} & = & 2 & | \cdot (2x + 8) \\
 4x - 3 & = & 2 \cdot (2x + 8) & \\
 4x - 3 & = & 4x + 16 & | - 4x \\
 -3 & \neq & 16 &
 \end{array}$$

Keine Lösung!

e)

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$$

Mit dem „Über-Kreuz-Multiplizieren“ folgt:

$$\begin{array}{rcl}
 \frac{2}{x - 1} & = & \frac{2}{x + 2} \\
 2 \cdot (x + 2) & = & 2 \cdot (x - 1) \\
 2x + 4 & = & 2x - 2 & | - 2x \\
 4 & \neq & -2 &
 \end{array}$$

Keine Lösung!

Aufgabe 4

a) (1)

$$\frac{x}{x+4}$$

$$\begin{aligned} x+4 &= 0 && | -4 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Also

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$$

(2)

$$\frac{x}{x^2+4}$$

$$\begin{aligned} x^2+4 &= 0 && | -4 \\ x^2 &= -4 \end{aligned}$$

Keine Lösung, weil es keine reelle Zahl gibt, die quadriert (mit sich selbst multipliziert) -4 ergibt:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 2 &= 4 \\ -2 \cdot (-2) &= 4 \end{aligned}$$

Also

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}$$

(3)

$$\frac{x}{x^2-4}$$

$$\begin{aligned} x^2-4 &= 0 && | +4 \\ x^2 &= 4 \end{aligned}$$

Es gibt genau zwei Lösungen:

$$\begin{aligned}2 \cdot 2 &= 4 \\ -2 \cdot (-2) &= 4\end{aligned}$$

Also

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$$

b)

$$\frac{8x^2}{4x} = 2x$$

Die Umformung (das Kürzen mit $4x$) ist korrekt, nur wenn wir durch eine Zahl ungleich Null dividieren, also für

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

c) Mit

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

erhalten wir

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} &= x && | \cdot x \\ 1 &= x^2\end{aligned}$$

Es gibt genau zwei Lösungen:

$$\begin{aligned}1 \cdot 1 &= 1 \\ -1 \cdot (-1) &= 1\end{aligned}$$

d)

$$\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$$

Mit

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$$
$$1 \neq 2$$

Keine Lösung also.