

## Aufgabe 5

a)

$$\begin{aligned}4 \cdot (5 - 2x) &= -4 \cdot (x + 9) \\20 - 8x &= -4x - 36 && | + 8x \\20 &= 4x - 36 && | + 36 \\56 &= 4x && | : 4 \\14 &= x\end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned}4 \cdot (5 - 2 \cdot 14) &= -4 \cdot (14 + 9) \\4 \cdot (5 - 28) &= -4 \cdot 23 \\-92 &= -92\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}5 \cdot (2 - x) &= 2x - 4 \\10 - 5x &= 2x - 4 && | - 2x \\10 - 7x &= -4 && | - 10 \\-7x &= -14 && | : (-7) \\x &= 2\end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned}5 \cdot (2 - 2) &= 2 \cdot 2 - 4 \\0 &= 0\end{aligned}$$

c)

$$3x^2 - 15x = 0$$
$$3x \cdot (x - 5) = 0$$

Ein Produkt ist genau dann gleich Null, wenn mindestens einer der Faktoren gleich Null ist:

$$\begin{array}{ll} 3x = 0 & | :3 \\ x_1 = 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{ll} x - 5 = 0 & | +5 \\ x_2 = 5 & \end{array}$$

Probe:

$$\begin{array}{ll} 3 \cdot 0^2 - 15 \cdot 0 = 0 & 3 \cdot 5^2 - 15 \cdot 5 = 0 \\ 0 = 0 & 0 = 0 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{ll} 4 \cdot (5 + 10y) = 100 \cdot (y + y) & \\ 20 + 40y = 100 \cdot 2y & \\ 20 + 40y = 200y & | - 40y \\ 20 = 160y & | : 160 \\ \frac{1}{8} = y & \end{array}$$

Probe:

$$4 \cdot \left(5 + 10 \cdot \frac{1}{8}\right) = 100 \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right)$$

$$4 \cdot \left(5 + \frac{10}{8}\right) = 100 \cdot \frac{2}{8}$$

$$4 \cdot \frac{50}{8} = 25$$

$$25 = 25$$

e)

$$(x - 5) \cdot (x - 3) = 0$$

Ein Produkt ist genau dann gleich Null, wenn mindestens einer der Faktoren gleich Null ist:

$$x - 5 = 0 \quad | +5$$

$$x_1 = 5$$

$$x - 3 = 0 \quad | +3$$

$$x_2 = 3$$

Probe:

$$(5 - 5) \cdot (5 - 3) = 0$$

$$0 = 0$$

$$(3 - 5) \cdot (3 - 3) = 0$$

$$0 = 0$$

f)

$$\begin{aligned}x^2 - x &= 0 \\x \cdot (x - 1) &= 0\end{aligned}$$

Ein Produkt ist genau dann gleich Null, wenn mindestens einer der Faktoren gleich Null ist:

$$\begin{array}{lcl}x_1 = 0 & & \\ & x - 1 = 0 & | + 1 \\ & x_2 = 1 & \end{array}$$

Probe:

$$\begin{array}{lcl}0^2 - 0 = 0 & & 1^2 - 1 = 0 \\ 0 = 0 & & 0 = 0\end{array}$$

g)

$$\begin{aligned}8s - 2 \cdot (s + 3) &= 2 \cdot \left(\frac{1}{2}s - 2\right) \\8s - 2s - 6 &= s - 4 \\6s - 6 &= s - 4 && | - s \\5s - 6 &= -4 && | + 6 \\5s &= 2 && | : 5 \\s &= \frac{2}{5}\end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned}
 8 \cdot \frac{2}{5} - 2 \cdot \left( \frac{2}{5} + 3 \right) &= 2 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 2 \right) \\
 \frac{16}{5} - 2 \cdot \frac{17}{5} &= 2 \cdot \left( -\frac{9}{5} \right) \\
 \frac{16}{5} - \frac{34}{5} &= -\frac{18}{5} \\
 -\frac{18}{5} &= -\frac{18}{5}
 \end{aligned}$$

**h)**

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{3}{4}x - 7 \right) \cdot 4 &= x - (1 + x) \\
 3x - 28 &= x - 1 - x \\
 3x - 28 &= -1 && | + 28 \\
 3x &= 27 && | : 3 \\
 x &= 9
 \end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{3}{4} \cdot 9 - 7 \right) \cdot 4 &= 9 - (1 + 9) \\
 \left( \frac{27}{4} - 7 \right) \cdot 4 &= 9 - 10 \\
 -\frac{1}{4} \cdot 4 &= 9 - 10 \\
 -1 &= -1
 \end{aligned}$$

i)

$$(x - 7)^2 = 0$$
$$(x - 7) \cdot (x - 7) = 0$$

Ein Produkt ist genau dann gleich Null, wenn mindestens einer der Faktoren gleich Null ist:

$$\begin{array}{lcl} x - 7 = 0 & | + 7 & x - 7 = 0 & | + 7 \\ x_1 = 7 & & x_2 = 7 & \end{array}$$

Probe:

$$(7 - 7)^2 = 0$$
$$0 = 0$$

j)

$$x^2 - 9 = 0$$
$$(x - 3) \cdot (x + 3) = 0$$

Ein Produkt ist genau dann gleich Null, wenn mindestens einer der Faktoren gleich Null ist:

$$\begin{array}{lcl} x - 3 = 0 & | + 3 & x + 3 = 0 & | - 3 \\ x_1 = 3 & & x_2 = -3 & \end{array}$$

Probe:

$$\begin{array}{lcl} 3^2 - 9 = 0 & & (-3)^2 - 9 = 0 \\ 0 = 0 & & 0 = 0 \end{array}$$

k)

$$\begin{aligned}
 -2x - x &= 11 - (x + 3) \\
 -3x &= 11 - x - 3 \\
 -3x &= 8 - x && | + x \\
 -2x &= 8 && | : (-2) \\
 x &= -4
 \end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned}
 -2 \cdot (-4) - (-4) &= 11 - (-4 + 3) \\
 8 + 4 &= 11 + 1 \\
 12 &= 12
 \end{aligned}$$

l)

$$\begin{aligned}
 (2x + 10)^2 &= 0 \\
 (2x + 10) \cdot (2x + 10) &= 0
 \end{aligned}$$

Ein Produkt ist genau dann gleich Null, wenn mindestens einer der Faktoren gleich Null ist:

$$\begin{array}{ll}
 2x + 10 = 0 & | - 10 \\
 2x = -10 & | : 2 \\
 x_1 = -5 & \\
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 2x + 10 = 0 & | - 10 \\
 2x = -10 & | : 2 \\
 x_2 = -5 & \\
 \end{array}$$

Probe:

$$\begin{aligned}
 (2 \cdot (-5) + 10)^2 &= 0 \\
 (-10 + 10)^2 &= 0 \\
 0 &= 0
 \end{aligned}$$

## Aufgabe 6

a)

$$\begin{aligned}
 (x - 3) \cdot (x + 1) &= x \cdot (x - 2) \\
 x^2 + x - 3x - 3 &= x^2 - 2x \\
 x^2 - 2x - 3 &= x^2 - 2x && | - x^2 \\
 -2x - 3 &= -2x && | + 2x \\
 -3 &\neq 0
 \end{aligned}$$

Keine Lösung (also auch keine Probe)!

b)

$$\begin{aligned}
 6x^2 &= 12x && | - 12x \\
 6x^2 - 12x &= 0 \\
 6x \cdot (x - 2) &= 0
 \end{aligned}$$

Ein Produkt ist genau dann gleich Null, wenn mindestens einer der Faktoren gleich Null ist:

$$\begin{array}{ll}
 6x = 0 & | : 6 \\
 x_1 = 0 & \\
 x - 2 = 0 & | + 2 \\
 x_2 = 2 &
 \end{array}$$

Probe:

$$\begin{array}{ll}
 6 \cdot 0^2 = 12 \cdot 0 & 6 \cdot 2^2 = 12 \cdot 2 \\
 0 = 0 & 24 = 24
 \end{array}$$



c)

$$\begin{aligned}
 (2x - 1) \cdot (3 - x) &= -2x \cdot (1 + x) \\
 6x - 2x^2 - 3 + x &= -2x - 2x^2 \\
 7x - 2x^2 - 3 &= -2x - 2x^2 && | + 2x^2 \\
 7x - 3 &= -2x && | + 2x \\
 9x - 3 &= 0 && | + 3 \\
 9x &= 3 && | : 9 \\
 x &= \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned}
 \left(2 \cdot \frac{1}{3} - 1\right) \cdot \left(3 - \frac{1}{3}\right) &= -2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \\
 -\frac{1}{3} \cdot \frac{8}{3} &= -\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \\
 -\frac{8}{9} &= -\frac{8}{9}
 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
 (x - 5)^2 - (x + 5)^2 &= 5 \cdot (1 - x) \\
 x^2 - 10x + 25 - (x^2 + 10x + 25) &= 5 - 5x \\
 x^2 - 10x + 25 - x^2 - 10x - 25 &= 5 - 5x \\
 -20x &= 5 - 5x && | + 5x \\
 -15x &= 5 && | : (-15) \\
 x &= -\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{3} - 5\right)^2 - \left(-\frac{1}{3} + 5\right)^2 &= 5 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{3}\right)\right) \\ \left(-\frac{16}{3}\right)^2 - \left(\frac{14}{3}\right)^2 &= 5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \\ \frac{256}{9} - \frac{196}{9} &= \frac{20}{3} \\ \frac{60}{9} &= \frac{20}{3} \\ \frac{20}{3} &= \frac{20}{3} \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} 4x^2 + 8 &= 2 \cdot (x + 4) \\ 4x^2 + 8 &= 2x + 8 && | - 8 \\ 4x^2 &= 2x && | : 2 \\ 2x^2 &= x && | - x \\ 2x^2 - x &= 0 \\ x \cdot (2x - 1) &= 0 \end{aligned}$$

Ein Produkt ist genau dann gleich Null, wenn mindestens einer der Faktoren gleich Null ist:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 && 2x - 1 = 0 && | + 1 \\ &&& 2x &= 1 && | : 2 \\ &&& x_2 &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{array}{l}
 4 \cdot 0^2 + 8 = 2 \cdot (0 + 4) \\
 8 = 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 8 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + 4\right) \\
 4 \cdot \frac{1}{4} + 8 = 2 \cdot \frac{9}{2} \\
 9 = 9
 \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{l}
 (2x - 1)^2 = 4 \cdot (x + 2) \cdot (x - 1) \\
 4x^2 - 4x + 1 = 4 \cdot (x^2 - x + 2x - 2) \\
 4x^2 - 4x + 1 = 4x^2 - 4x + 8x - 8 \\
 4x^2 - 4x + 1 = 4x^2 + 4x - 8 \qquad | -4x^2 \\
 -4x + 1 = 4x - 8 \qquad | -1 \\
 -4x = 4x - 9 \qquad | -4x \\
 -8x = -9 \qquad | :(-8) \\
 x = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}
 \end{array}$$

Probe:

$$\begin{array}{l}
 \left(2 \cdot \frac{9}{8} - 1\right)^2 = 4 \cdot \left(\frac{9}{8} + 2\right) \cdot \left(\frac{9}{8} - 1\right) \\
 \left(\frac{9}{4} - 1\right)^2 = 4 \cdot \frac{25}{8} \cdot \frac{1}{8} \\
 \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{100}{64} \\
 \frac{25}{16} = \frac{25}{16}
 \end{array}$$