Aufgabe 15

$$x^2 + px + q = 0 \qquad x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

a)

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 10 &= 0 \\ x_{1,2} &= -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-10)} \\ &= -1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 + 10} \\ &= -1{,}5 \pm \sqrt{12{,}25} \\ &= -1{,}5 \pm 3{,}5 \\ x_1 &= -1{,}5 + 3{,}5 = 2 \\ x_2 &= -1{,}5 - 3{,}5 = -5 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x^2 + 7x - 8 &= 0 \\ x_{1,2} &= -\frac{7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - (-8)} \\ &= -3{,}5 \pm \sqrt{12{,}25 + 8} \\ &= -3{,}5 \pm \sqrt{20{,}25} \\ &= -3{,}5 \pm 4{,}5 \\ x_1 &= -3{,}5 + 4{,}5 = 1 \\ x_2 &= -3{,}5 - 4{,}5 = -8 \end{aligned}$$

c)

$$2x^2 + 5x + 2 = 0 \qquad | : 2$$
$$x^2 + 2{,}5x + 1 = 0$$
$$x_{1,2} = -\frac{2{,}5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2{,}5}{2}\right)^2 - 1}$$
$$= -1{,}25 \pm \sqrt{1{,}5625 - 1}$$
$$= -1{,}25 \pm \sqrt{0{,}5625}$$
$$= -1{,}25 \pm 0{,}75$$
$$x_1 = -1{,}25 + 0{,}75 = -0{,}5$$
$$x_2 = -1{,}25 - 0{,}75 = -2$$

d)

$$-x^2 + 10x + 5 = 0 \qquad | \cdot (-1)$$
$$x^2 - 10x - 5 = 0$$
$$x_{1,2} = -\frac{-10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-10}{2}\right)^2 - (-5)}$$
$$= 5 \pm \sqrt{25 + 5}$$
$$= 5 \pm \sqrt{30}$$
$$x_1 = 5 + \sqrt{30} \approx 10{,}48$$
$$x_2 = 5 - \sqrt{30} \approx -0{,}48$$

e)

$$2x - x^2 = 2 \cdot (1 - x)$$
$$2x - x^2 = 2 - 2x \qquad | + 2x$$

$$
\begin{aligned}
-x^2 + 4x &= 2 && \mid -2 \\
-x^2 + 4x - 2 &= 0 && \mid \cdot (-1) \\
x^2 - 4x + 2 &= 0 \\
x_{1,2} &= -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 2} \\
&= 2 \pm \sqrt{4-2} \\
&= 2 \pm \sqrt{2} \\
x_1 &= 2 + \sqrt{2} \approx 3{,}41 \\
x_2 &= 2 - \sqrt{2} \approx 0{,}59
\end{aligned}
$$

f)

$$
\begin{aligned}
x^2 + \frac{4}{3}x &= \frac{7}{3} && \mid -\frac{7}{3} \\
x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{7}{3} &= 0 \\
x_{1,2} &= -\frac{\frac{4}{3}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{4}{3}}{2}\right)^2 - \left(-\frac{7}{3}\right)} \\
&= -\frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{7}{3}} \\
&= -\frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{25}{9}} \\
&= -\frac{2}{3} \pm \frac{5}{3} \\
x_1 &= -\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = 1 \\
x_2 &= -\frac{2}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{7}{3} \approx -2{,}33
\end{aligned}
$$

Aufgabe 16

$$x^2 + px + q = 0 \qquad x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

a) Es gibt keine „Produkt gleich 5“-Regel!

$$\begin{aligned}
(x+1)(x-3) &= 5 \\
x^2 - 3x + x - 3 &= 5 && \mid -5 \\
x^2 - 2x - 8 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{1,2} &= -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - (-8)} \\
&= 1 \pm \sqrt{1+8} \\
&= 1 \pm \sqrt{9} \\
&= 1 \pm 3 \\
x_1 &= 1 + 3 = 4 \\
x_2 &= 1 - 3 = -2
\end{aligned}$$

b) Es gibt keine „Produkt gleich -8“-Regel!

$$\begin{aligned}
(x-4)(x+5) &= -8 \\
x^2 + 5x - 4x - 20 &= -8 && \mid +8 \\
x^2 + x - 12 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{1,2} &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - (-12)} \\
&= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 12}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4}} \\
&= -\frac{1}{2} \pm \frac{7}{2} \\
x_1 &= -\frac{1}{2} + \frac{7}{2} = 3 \\
x_2 &= -\frac{1}{2} - \frac{7}{2} = -4
\end{aligned}
$$

c) Es gibt keine „Produkt gleich 6“-Regel!

$$
\begin{aligned}
3 \cdot (x+1)(x-5) &= 6 && |:3 \\
(x+1)(x-5) &= 2 \\
x^2 - 5x + x - 5 &= 2 && |-2 \\
x^2 - 4x - 7 &= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x_{1,2} &= -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - (-7)} \\
&= 2 \pm \sqrt{4+7} \\
&= 2 \pm \sqrt{11} \\
x_1 &= 2 + \sqrt{11} \approx 5{,}32 \\
x_2 &= 2 - \sqrt{11} \approx -1{,}32
\end{aligned}
$$

d) Auf keinen Fall mit der pq-Formel lösen! Die „Produkt gleich Null“-Regel anwenden!

$$
\begin{aligned}
(x^2 - 9)(x - 3) &= 0 \\
x^2 - 9 &= 0 && |+9 \\
x^2 &= 9 && |\sqrt{}
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \pm 3 \\ x - 3 &= 0 && \mid +3 \\ x_3 &= 3 \end{aligned}$$

Es gibt drei Lösungen, weil es eine kubische (löst man die Klammern auf, so kommt ein x^3 vor) und keine quadratische Gleichung ist!

$$x^3 - 3x^2 - 9x + 27 = 0$$

e) Auf keinen Fall mit der pq-Formel lösen! Die „Produkt gleich Null"-Regel anwenden!

$$\begin{aligned} (x^2 - 4x)(2x + 2) &= 0 \\ x^2 - 4x &= 0 \\ x(x - 4) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x - 4 &= 0 && \mid +4 \\ x_2 &= 4 \\ 2x + 2 &= 0 && \mid -2 \\ 2x &= -2 && \mid :2 \\ x_3 &= -1 \end{aligned}$$

Es gibt drei Lösungen, weil es eine kubische (löst man die Klammern auf, so kommt ein x^3 vor) und keine quadratische Gleichung ist!

$$2x^3 - 6x^2 - 8x = 0$$

f) Zunächst die „Produkt gleich Null"-Regel anwenden und erst danach die pq-Formel!

$$\begin{aligned} (x - 8)(x^2 - 4x - 5) &= 0 \\ x - 8 &= 0 && \mid +8 \\ x_1 &= 8 \end{aligned}$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\begin{aligned}
x_{2,3} &= -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - (-5)} \\
&= 2 \pm \sqrt{4+5} \\
&= 2 \pm \sqrt{9} \\
&= 2 \pm 3 \\
x_2 &= 2 + 3 = 5 \\
x_3 &= 2 - 3 = -1
\end{aligned}$$

Es gibt drei Lösungen, weil es eine kubische (löst man die Klammern auf, so kommt ein x^3 vor) und keine quadratische Gleichung ist!

$$x^3 - 12x^2 + 27x + 40 = 0$$