Aufgabe 5

$$f(x) = -0{,}01 \cdot x \cdot (x - 82)$$

Dabei steht x für die Entfernung vom Abschlagpunkt und $f(x)$ für die Ballhöhe über dem Boden in Meter.

a) Gesucht ist der Abstand zwischen den Nullstellen:

$$\begin{aligned}
-0{,}01 \cdot x \cdot (x - 82) &= 0 \\
x_1 &= 0 \\
x - 82 &= 0 && \mid +82 \\
x_2 &= 82
\end{aligned}$$

Der Ball fliegt $82 - 0 = 82$ Meter weit.

b) Gesucht ist die y-Koordinate des Scheitelpunkts:

$$\begin{aligned}
f(x) &= -0{,}01 \cdot x \cdot (x - 82) \\
&= -0{,}01 \cdot (x^2 - 82x) \\
&= -0{,}01 \cdot (x^2 - 82x + 41^2 - 41^2) \\
&= -0{,}01 \cdot \left((x - 41)^2 - 41^2\right) \\
&= -0{,}01 \cdot \left((x - 41)^2 - 1681\right) \\
&= -0{,}01 \cdot (x - 41)^2 + 16{,}81
\end{aligned}$$

Die Koordinaten vom Scheitelpunkt lauten $(41 \mid 16{,}81)$, die maximale Flughöhe des Balls ist also $16{,}81\ m$.

c) Die Höhe, die nicht unterschritten werden darf, beträgt 2 m:

$$\begin{aligned} 2 &= -0{,}01 \cdot x \cdot (x-82) && \mid :(-0{,}01) \\ -200 &= x \cdot (x-82) \\ -200 &= x^2 - 82x && \mid +200 \\ x^2 - 82x + 200 &= 0 \\ x_{1,2} &= -\frac{-82}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{82}{2}\right)^2 - 200} \\ &= 41 \pm \sqrt{1681 - 200} \\ &= 41 \pm \sqrt{1481} \\ &= 41 \pm 38{,}48 \\ x_1 &= 41 - 38{,}48 = 2{,}52 \\ x_2 &= 41 + 38{,}48 = 79{,}48 \end{aligned}$$

Im Bereich zwischen 2,52 und 79,48 m vom Abschlagpunkt bleiben die 2 m hohen Autos unversehrt.

d) Sollten wir die Baumspitze treffen wollen, so machen wir eine Punktprobe mit $P(58 \mid 12)$:

$$\begin{aligned} 12 &= -0{,}01 \cdot 58 \cdot (58-82) \\ 12 &= -0{,}01 \cdot 58 \cdot (-24) \\ 12 &\neq 13{,}92 \end{aligned}$$

<u>Alternative:</u> Wir bestimmen die Ballhöhe in 58 m Entfernung, also den Funktionswert für $x = 58$:

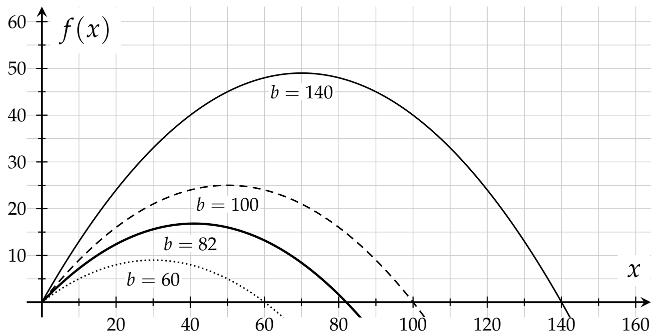
$$f(58) = -0{,}01 \cdot 58 \cdot (58-82) = -0{,}01 \cdot 58 \cdot (-24) = 13{,}92$$

Der Punkt P liegt nicht auf dem Graphen der Funktion f, der Ball fliegt in 13,92 m Höhe über dem Baum.

e)

$$f(x) = -0{,}01 \cdot x \cdot (x - b)$$

Der Parameter b gibt die maximale Flugweite, gemessen vom Abschlagpunkt, an. Auch die maximale Flughöhe des Balls ändert sich, wenn man diesen Wert variiert:



Aufgabe 6

a)

$$s(t) = 5t^2$$

Dabei steht t für die Zeit in Sekunden und $s(t)$ für die zurückgelegte Strecke in Meter.

Gesucht ist die Zeit t für der Funktionswert (Strecke) 1,8 m:

$$\begin{aligned} 1{,}8 &= 5t^2 && \mid :5 \\ 0{,}36 &= t^2 && \mid \sqrt{} \\ \pm 0{,}6 &= t_{1,2} \end{aligned}$$

Negative Zeit ergibt im Kontext der Aufgabe keinen Sinn (die Zeit läuft meistens nicht rückwärts), die einzige Lösung lautet somit $t = 0{,}6\,s$.

Es dauert 0,6 s, bis der Kopf eines 1,8 m großen Fahrers auf dem Boden aufschlägt.

b)

$$v(t) = 10t$$

Dabei steht t für die Zeit in Sekunden und $v(t)$ für die Geschwindigkeit in Meter pro Sekunde ($\frac{m}{s}$).

Gesucht ist der Funktionswert für $t = 0{,}6$:

$$v(0{,}6) = 10 \cdot 0{,}6 = 6$$

Die Aufschlaggeschwindigkeit des Kopfes beträgt 6 $\frac{m}{s}$ (21,6 $\frac{km}{h}$).

c) Wir rechnen „rückwärts“: zunächst berechnen wir die Zeit, die vergeht, bis die gefährliche Geschwindigkeit (5,5 $\frac{m}{s}$) erreicht wird, mit

$$v(t) = 10t$$

und aus dieser Zeit berechnen wir den Weg (die Fallhöhe) mit

$$s(t) = 5t^2$$

Mit $v(t) = 5{,}5$ erhalten wir

$$\begin{aligned} 5{,}5 &= 10t & &\mid :10 \\ 0{,}55 &= t \end{aligned}$$

Wir setzen $t = 0{,}55$ in $s(t)$ ein und erhalten:

$$s(5{,}5) = 5 \cdot (0{,}55)^2 = 1{,}51$$

Schwere Hirnschäden drohen also bei einem Fall aus 1,51 m Höhe.