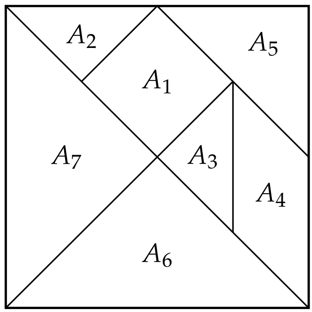
Aufgabe 5



$$A_{\text{Quadrat}} = a^2$$

Das heißt

$$\begin{aligned} 4 &= a^2 && |\sqrt{} \\ a &= 2\ [cm] \end{aligned}$$

Die kleinsten Dreiecke (rot oben und blau rechts unten) sind rechtwinklig, gleichschenklig und zusammen sind sie deckungsgleich mit dem gelben Quadrat, dem blauen Parallelogramm oder auch dem mittelgroßen roten Dreieck (oben rechts). Das heißt:

$$A_2 = A_3 = \frac{A_1}{2} = \frac{4}{2} = 2\ [cm^2] \qquad A_4 = A_5 = A_1 = 4\ [cm^2]$$

Die Längen der Katheten der kleinsten Dreiecke sind gleich der Seitenlänge a des Quadrats, also gilt nach dem Satz des Pythagoras:

$$\begin{aligned} 2^2 + 2^2 &= c^2 \\ 4 + 4 &= c^2 \\ 8 &= c^2 && |\sqrt{} \\ c &= 2\sqrt{2} \approx 2{,}83\ [cm] \end{aligned}$$

Die kürzeren Seiten des Parallelogramms sind genauso lang, wie die Katheten (2 cm) und die längeren Seiten sind genauso lang, wie die Hypotenuse ($2\sqrt{2}\ cm$) von A_2 bzw. A_3.

Das mittlere Dreieck (rechts oben) ist rechtwinklig und gleichschenklig. Seine Hypotenuse ist doppelt so lang, wie die Seite des Quadrats a (also 4 cm). Nach dem Satz des Pythagoras folgt:

$$\begin{aligned} x^2 + x^2 &= 4^2 \\ 2x^2 &= 16 && \mid :2 \\ x^2 &= 8 && \mid \sqrt{} \\ x &= 2\sqrt{2} \approx 2{,}83\ [cm] \end{aligned}$$

Die Katheten von A_5 sind also $2\sqrt{2}\ cm$ lang.

Die größten Dreiecke sind deckungsgleich, rechtwinklig und gleichschenklig. Sie besitzen den gleichen Flächeninhalt wie zwei Quadrate also

$$A_6 = A_7 = 2 \cdot A_1 = 2 \cdot 4 = 8\ [cm^2]$$

Die Längen der Katheten dieser Dreiecke sind gleich der doppelten Seitenlänge des Quadrats (also $2 \cdot 2 = 4cm$). Damit erhalten wir die Hypotenusenlänge y mit dem Satz des Pythagoras:

$$\begin{aligned} 4^2 + 4^2 &= y^2 \\ 16 + 16 &= y^2 \\ 32 &= y^2 && \mid \sqrt{} \\ y &= 4\sqrt{2} \approx 5{,}66\ [cm] \end{aligned}$$

Aufgabe 6

$$a^2 + b^2 = c^2$$

a) Die Länge der senkrechten Kathete im Dach-Dreieck ist

$$6 - 3 = 3\ [m].$$

Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} 3^2 + 10^2 &= c^2 \\ 9 + 100 &= c^2 \\ 109 &= c^2 \qquad\qquad\qquad\qquad |\sqrt{\ } \\ c &= \sqrt{109} \approx 10{,}44\ [m] \end{aligned}$$

Die Dachsparren müssen jeweils $10{,}44 + 0{,}5 = 10{,}94\ m$ lang sein, falls sie insgesamt $50\ cm$ überstehen müssen oder $10{,}44 + 2 \cdot 0{,}5 = 11{,}44\ m$, falls sie von jeder Seite jeweils $50\ cm$ überstehen müssen (die Aufgabenstellung ist nicht eindeutig).

b) Der Dachboden ist ein Rechteck. Wir bestimmen zunächst die Länge der Bodendiagonale:

$$\begin{aligned} 8^2 + 9^2 &= c^2 \\ 64 + 81 &= c^2 \\ 145 &= c^2 \qquad\qquad\qquad\qquad |\sqrt{\ } \\ c &= \sqrt{145} = 12{,}04\ [m] \end{aligned}$$

Die waagerechte Kathete im gestrichelt eingezeichneten Dreieck ist halb so lang, wie die Bodendiagonale. Die Seitenlänge s ist somit:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{145}}{2}\right)^2 + 5^2 &= s^2 \\ \frac{145}{4} + 25 &= s^2 \end{aligned}$$

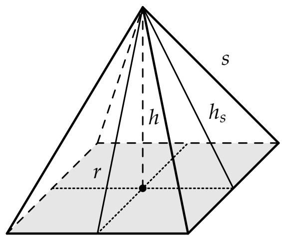
$$36{,}25 + 25 = s^2$$
$$61{,}25 = s^2 \qquad |\sqrt{\ }$$
$$s \approx 7{,}83$$

Die Dachsparren müssen $7{,}83 + 0{,}5 = 8{,}33\ m$ (also $833\ cm$) lang sein.

Aufgabe 7

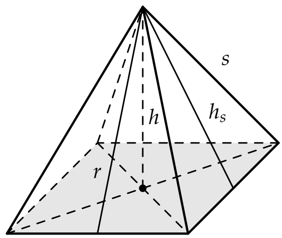
$$a^2 + b^2 = c^2$$

a) Der Zeltboden ist ein Rechteck.



$$1^2 + 2^2 = r^2$$
$$1 + 4 = r^2$$
$$5 = r^2 \qquad |\sqrt{\ }$$
$$r = \sqrt{5} \approx 2{,}24\ [m]$$

<u>Alternative</u>:



Wir bestimmen zunächst die Länge der Bodendiagonale:

$$\begin{aligned} 3^2 + 2^2 &= c^2 \\ 9 + 4 &= c^2 \\ 13 &= c^2 && |\sqrt{\ } \\ c &= \sqrt{13} \approx 3{,}61\ [cm] \end{aligned}$$

Um die Seitenlänge s zu bestimmen, brauchen wie die Hälfte der Bodendiagonale und die Höhe h (2 m):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 + 2^2 &= s^2 \\ \frac{13}{4} + 4 &= s^2 \\ 3{,}25 + 4 &= s^2 \\ 7{,}25 &= s^2 && |\sqrt{\ } \\ s &\approx 2{,}69\ [m] \end{aligned}$$

Anschließend bestimmen wir die Länge des Reißverschlusses (die Seitenhöhe) r:

$$\begin{aligned} r^2 + 1{,}5^2 &= 2{,}69^2 \\ r^2 + 2{,}25 &= 7{,}24 && |-2{,}25 \\ r^2 &= 4{,}99 && |\sqrt{\ } \\ r &\approx 2{,}23\ [m] \end{aligned}$$

Es wird also ein mindestens 2,3 m langer Reißverschluss benötigt.

b) Der Zeltboden ist ein Rechteck, je zwei gegenüberliegende Seitenflächen sind deswegen deckungsgleich.

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

Nach (a) erhalten wir den Flächeninhalt der Seitenfläche mit dem Reißverschluss:

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2{,}23 = 3{,}35\ [m^2]$$

Mit der gleichen Vorgehensweise wie in (a) bestimmen wir die Länge der Seitenhöhe h_s des Seite ohne Reißverschluss:

$$\begin{aligned} 1{,}5^2 + 2^2 &= h_s^2 \\ 2{,}25 + 4 &= h_s^2 \\ 6{,}25 &= h_s^2 \qquad\qquad\qquad\qquad |\sqrt{\ } \\ h_s &= 2{,}5\ [m] \end{aligned}$$

Damit ist der Flächeninhalt der Seite ohne Reißverschluss:

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2{,}5 = 2{,}5\ [m^2]$$

Insgesamt erhalten wir

$$A_{\text{gesamt}} = 2 \cdot (A_1 + A_2) = 2 \cdot (3{,}35 + 2{,}5) = 11{,}7\ [m^2]$$

$$\frac{11{,}7}{4} = 2{,}93$$

es werden also mindestens 3 Dosen Imprägnierspray benötigt.

Sollte der rechteckige Boden auch imprägniert werden (ergibt Sinn):

$$A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b$$

$$A_{\text{Boden}} = 3 \cdot 2 = 6\ [m^2]$$

$$\begin{aligned} A_{\text{gesamt}} &= 2 \cdot (A_1 + A_2) + A_{\text{Boden}} \\ &= 2 \cdot (3{,}35 + 2{,}5) + 6 \\ &= 17{,}7\ [m^2] \end{aligned}$$

$$\frac{17{,}7}{4} = 4{,}425$$

So werden mindestens 5 Dosen Imprägnierspray benötigt.