Aufgabe 7

a) Zunächst bestimmen wir die Höhe x mit dem Höhensatz:

$$h^2 = p \cdot q$$

$$\begin{aligned} x^2 &= 9 \cdot 4 \\ x^2 &= 36 \qquad \qquad |\sqrt{\ } \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Damit lassen sich die Längen der Seiten AB und BC mit dem Kathetensatz bestimmen. Dabei ist die Hypotenuse $AC = 9 + 4 = 13$ $[cm]$ lang.

$$\begin{aligned} AB^2 &= 9 \cdot 13 \\ AB^2 &= 117 \qquad \qquad |\sqrt{\ } \\ AB &\approx 10{,}82\ [cm] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC^2 &= 4 \cdot 13 \\ BC^2 &= 52 \qquad \qquad |\sqrt{\ } \\ BC &\approx 7{,}21\ [cm] \end{aligned}$$

<u>Alternative:</u> Wir bestimmen die Längen AB und BC mit dem Satz des Pythagoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\begin{aligned} 9^2 + 6^2 &= AB^2 \\ 81 + 36 &= AB^2 \\ 117 &= AB^2 \qquad \qquad |\sqrt{\ } \\ AB &\approx 10{,}82\ [cm] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4^2 + 6^2 &= BC^2 \\ 16 + 36 &= BC^2 \\ 52 &= BC^2 \qquad\qquad |\sqrt{} \\ BC &\approx 7{,}21\ [cm] \end{aligned}$$

Die parallelen Seiten eines Rechtecks sind gleich lang, das heißt $AD = BC = 7{,}21\ cm$ und $CD = AB = 10{,}82\ cm$.

b) Die gesuchten Längen bestimmen wir mit dem Höhensatz:

$$h^2 = p \cdot q$$

Wir dürfen ihn nutzen, weil alle Dreiecke, die wir uns anschauen, nach dem Satz des Thales rechtwinklig sind und die roten Verbindungsstrecken a, b, c und d senkrecht zum Durchmesser OE verlaufen.

Punkt A:

$$p = 1\ cm, \quad q = 2 + 3 + 4 + 5 = 14\ cm$$

$$\begin{aligned} a^2 &= 1 \cdot 14 \\ a^2 &= 14 \qquad\qquad |\sqrt{} \\ a &\approx 3{,}74\ [cm] \end{aligned}$$

Punkt B:

$$p = 1 + 2 = 3\ cm, \quad q = 3 + 4 + 5 = 12\ cm$$

$$\begin{aligned} b^2 &= 3 \cdot 12 \\ b^2 &= 36 \qquad\qquad |\sqrt{} \\ b &\approx 6\ [cm] \end{aligned}$$

Punkt C:

$$p = 1 + 2 + 3 = 6\ cm, \quad q = 4 + 5 = 9\ cm$$

$$\begin{aligned} c^2 &= 6 \cdot 9 \\ c^2 &= 54 \qquad\qquad\qquad | \sqrt{\ } \\ c &\approx 7{,}35\ [cm] \end{aligned}$$

Punkt D:

$$p = 1 + 2 + 3 + 4 = 10\ cm, \quad q = 5\ cm$$

$$\begin{aligned} c^2 &= 10 \cdot 5 \\ c^2 &= 50 \qquad\qquad\qquad | \sqrt{\ } \\ c &\approx 7{,}07\ [cm] \end{aligned}$$

Aufgabe 8

Der Lastwagen darf nicht die Decke berühren. Die gesuchten Höhen bestimmen wir mit dem Höhensatz:

$$h^2 = p \cdot q$$

Wir dürfen ihn nutzen, weil alle Dreiecke, die wir uns anschauen, nach dem Satz des Thales rechtwinklig sind und die Verbindungsstrecken senkrecht zum Boden des Tunnels verlaufen.

a) Wir bestimmen die Deckenhöhe h am Rand des nicht befahrbaren Seitenstreifens.

$$p = 1 + 3 + 3 + 3 = 10\ m, \quad q = 1\ m$$

$$\begin{aligned} h^2 &= 10 \cdot 1 \\ h^2 &= 10 \qquad\qquad\qquad | \sqrt{\ } \\ h &\approx 3{,}16\ [m] \end{aligned}$$

Wäre der Lastwagen exakt 3,16 m hoch, so würde er die Tunneldecke berühren. Je nach gewünschtem Sicherheitsabstand darf der Wagen beispielsweise nur 3 m hoch sein.

b) Wir nehmen an, dass der Sondertransporter nicht breiter als eine Fahrbahn ist und bestimmen deswegen die Deckenhöhe h am Rand der mittleren Fahrbahn.

$$p = 1 + 3 + 3 = 7\,m, \quad q = 3 + 1 = 4\,m$$

$$\begin{aligned} h^2 &= 7 \cdot 4 \\ h^2 &= 28 && \mid \sqrt{\ } \\ h &\approx 5{,}29\ [m] \end{aligned}$$

Wäre der Sondertransporter exakt 5,29 m hoch, so würde er die Tunneldecke berühren. Je nach gewünschtem Sicherheitsabstand darf der Wagen beispielsweise nur 5 m hoch sein.

Sollte der Sondertransporter breiter als eine Fahrbahn sein und beispielsweise 2 oder 3 Fahrbahnen einnehmen (eher unwahrscheinlich), so könnte es sein, dass seine Höhe kleiner als 3,16 m sein darf.