Aufgabe 13

$$f(x) = -0{,}4x^3 + 2{,}7x^2 + 16x + 285$$
$$0 \leqslant x \leqslant 9$$

Jahr	2003	2004	2005	2006	2007
x	0	1	2	3	4

Jahr	2008	2009	2010	2011	2012
x	5	6	7	8	9

a) Dem Jahr 2009 entspricht $x = 6$:

$$f(6) = -0{,}4 \cdot 6^3 + 2{,}7 \cdot 6^2 + 16 \cdot 6 + 285 = 391{,}8$$

Der Preis betrug 391,8 € pro m^2.

b) Notwendige Bedingung: $f'(x) = 0$

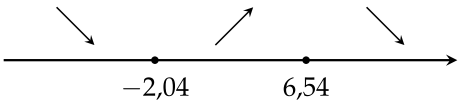
$$f'(x) = -1{,}2x^2 + 5{,}4x + 16$$
$$-1{,}2x^2 + 5{,}4x + 16 = 0$$

Mit `Run-Matrix` → $\boxed{\text{OPTN}}$ → `CALC` $\boxed{\text{F4}}$ → `SolveN` $\boxed{\text{F5}}$

$$x_1 \approx -2{,}04$$
$$x_2 \approx 6{,}54$$

Hinreichende Bedingung: Vorzeichenwechsel bei $f'(x)$

$$f'(-3) = -1{,}2 \cdot (-3)^2 + 5{,}4 \cdot (-3) + 16 = -11 < 0$$
$$f'(0) = -1{,}2 \cdot 0^2 + 5{,}4 \cdot 0 + 16 = 16 > 0$$
$$f'(7) = -1{,}2 \cdot 7^2 + 5{,}4 \cdot 7 + 16 = -5 < 0$$



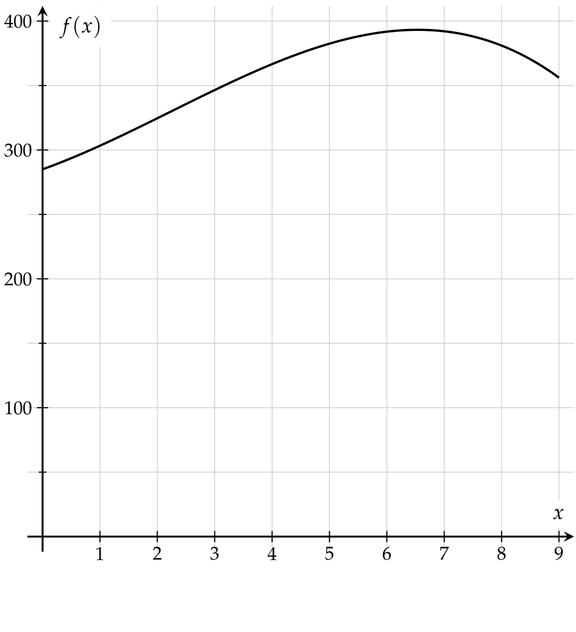
Das heißt an der Stelle $x = -2{,}04$ befindet sich ein lokaler Tiefpunkt und an der Stelle $x = 6{,}54$ ein lokaler Hochpunkt.

$$f(6{,}54) = -0{,}4 \cdot 6{,}54^3 + 2{,}7 \cdot 6{,}54^2 + 16 \cdot 6{,}54 + 285 = 393{,}23$$

Die Stelle $x = -2{,}04$ liegt außerhalb des Intervalls $0 \leqslant x \leqslant 9$, der tiefste bzw. der höchste Preis könnte aber noch an den Intervallgrenzen liegen:

$$f(0) = -0{,}4 \cdot 0^3 + 2{,}7 \cdot 0^2 + 16x + 285 = 285$$
$$f(9) = -0{,}4 \cdot 9^3 + 2{,}7 \cdot 9^2 + 16x + 285 = 356{,}1$$

Der höchste Grundstückspreis im betrachteten Zeitraum betrug also 393,23 € pro m^2 und der tiefste 285 € pro m^2.



c) An dem Graphen von f für $0 \leqslant x \leqslant 19$ lässt sich erkennen, dass der Funktionswert (also der Preis pro m^2) immer weiter sinken und etwa im Jahr 2016 ($x \approx 13{,}6$) gleich Null sein würde, was äußerst unwahrscheinlich ist. Noch unwahrscheinlicher sind negative Preise nach 2017 ($x \geqslant 14$).