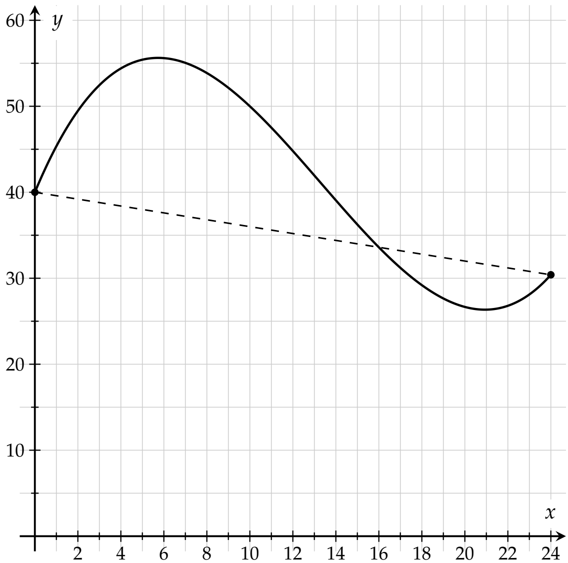
Aufgabe 6

$$N(x) = \frac{1}{60}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 6x + 40$$
$$0 \leqslant x \leqslant 24$$



a)

$$N(8) = \frac{1}{60} \cdot 8^3 - \frac{2}{3} \cdot 8^2 + 6 \cdot 8 + 40 \approx 53{,}87$$

Nach 8 Stunden beträgt die Niederschlagmenge 53,87 $\frac{l}{m^2}$.

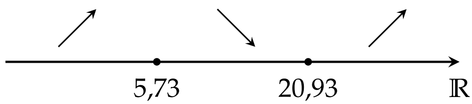
b)

$$N'(x) = \frac{1}{20}x^2 - \frac{4}{3}x + 6$$

$$
\begin{aligned}
N'(x) &= 0 \\
\frac{1}{20}x^2 - \frac{4}{3}x + 6 &= 0
\end{aligned}
$$

Mit `Run-Matrix` → $\boxed{\texttt{OPTN}}$ → `CALC` $\boxed{\texttt{F4}}$ → `SolveN` $\boxed{\texttt{F5}}$

$$x_1 \approx 5{,}73 \qquad x_2 \approx 20{,}93$$



$$
\begin{aligned}
N'(0) &= \frac{1}{20} \cdot 0^2 - \frac{4}{3} \cdot 0 + 6 = 6 > 0 \\
N'(10) &= \frac{1}{20} \cdot 10^2 - \frac{4}{3} \cdot 10 + 6 = -2\frac{1}{3} < 0 \\
N'(22) &= \frac{1}{20} \cdot 22^2 - \frac{4}{3} \cdot 22 + 6 \approx 0{,}87 > 0
\end{aligned}
$$

Der Graph von N ist streng monoton steigend (es regnet) in Intervallen

$$I_1 = [0; 5{,}73] \quad \text{und} \quad I_3 = [20{,}93; 24]$$

c)

$$I = [0; 24]$$

$$f(x) = m \cdot x + b$$

$$
\begin{aligned}
N(24) &= \frac{1}{60} \cdot 24^3 - \frac{2}{3} \cdot 24^2 + 6 \cdot 24 + 40 = 30{,}4 \\
N(0) &= \frac{1}{60} \cdot 0^3 - \frac{2}{3} \cdot 0^2 + 6 \cdot 0 + 40 = 40 \\
m_s &= \frac{N(24) - N(0)}{24 - 0} = \frac{30{,}4 - 40}{24} = -\frac{2}{5}
\end{aligned}
$$

$$f(x) = -\frac{2}{5} \cdot x + b$$

$$\begin{aligned} N(0) &= 40 \\ 40 &= -\frac{2}{5} \cdot 0 + b \\ b &= 40 \end{aligned}$$

$$f(x) = -\frac{2}{5}x + 40$$

Die Steigung der Geraden f gibt die durchschnittliche Änderungsrate der Wassermenge im Intervall $[0;24]$.

$$\begin{aligned} N'(0) &= \frac{1}{20} \cdot 0^2 - \frac{4}{3} \cdot 0 + 6 = 6 \\ N'(12) &= \frac{1}{20} \cdot 12^2 - \frac{4}{3} \cdot 12 + 6 = -2{,}8 \\ N'(24) &= \frac{1}{20} \cdot 24^2 - \frac{4}{3} \cdot 24 + 6 = 2{,}8 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} N(x) &= 30 \\ \frac{1}{60}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 6x + 40 &= 30 \end{aligned}$$

Mit `Run-Matrix` → $\boxed{\text{OPTN}}$ → `CALC` $\boxed{\text{F4}}$ → `SolveN` $\boxed{\text{F5}}$

$$x_1 \approx -1{,}43 \qquad x_2 \approx 17{,}58 \qquad x_3 \approx 23{,}85$$

Der Zeitpunkt $x_1 \approx -1{,}43$ liegt außerhalb des betrachteten Intervalls und somit befinden sich zu den Zeitpunkten $x_2 \approx 17{,}58$ und $x_3 \approx 23{,}85$ $\frac{l}{m^2}$ im Behälter.