

**Aufgabe 1**

a)

$$A(1|1), \quad B(4|2), \quad C(2|3)$$

$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 4-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{AC} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overline{BC} = \begin{pmatrix} 2-4 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

Die Seiten  $AC$  und  $BC$  sind gleich lang, das Dreieck  $ABC$  ist somit gleichschenkelig aber nicht gleichseitig.

$$|\overline{AC}|^2 + |\overline{BC}|^2 = |\overline{AB}|^2$$

$$\sqrt{5}^2 + \sqrt{5}^2 = \sqrt{10}^2$$

$$10 = 10$$

Der Satz des Pythagoras ist erfüllt, das Dreieck  $ABC$  ist somit rechtwinklig.

**b)**

$$A(1|1), \quad B(5|5), \quad C(2|4)$$

$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 5-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\overline{AC} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overline{BC} = \begin{pmatrix} 2-5 \\ 4-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$$

Die Seiten  $AC$  und  $BC$  sind gleich lang, das Dreieck  $ABC$  ist somit gleichschenkelig aber nicht gleichseitig.

$$|\overline{AC}|^2 + |\overline{BC}|^2 = |\overline{AB}|^2$$

$$\sqrt{10}^2 + \sqrt{10}^2 = \sqrt{32}^2$$

$$20 \neq 32$$

Der Satz des Pythagoras ist nicht erfüllt, das Dreieck  $ABC$  ist somit nicht rechtwinklig.

c)

$$A(2|3|4), \quad B(5|5|5), \quad C(1|3|1)$$

$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 5-2 \\ 5-3 \\ 5-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{AC} = \begin{pmatrix} 1-2 \\ 3-3 \\ 1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\overline{BC} = \begin{pmatrix} 1-5 \\ 3-5 \\ 1-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{15}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{36}$$

Alle Seiten sind unterschiedlich lang, das Dreieck  $ABC$  ist somit weder gleichseitig noch gleichschenkelig.

$$\begin{aligned} |\overline{AB}|^2 + |\overline{AC}|^2 &= |\overline{BC}|^2 \\ \sqrt{15}^2 + \sqrt{10}^2 &= \sqrt{36}^2 \\ 25 &\neq 36 \end{aligned}$$

Der Satz des Pythagoras ist nicht erfüllt, das Dreieck  $ABC$  ist somit nicht rechtwinklig.

d)

$$A(1|1|1), \quad B(7|7|7), \quad C(1|0|5)$$

$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 7-1 \\ 7-1 \\ 7-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\overline{AC} = \begin{pmatrix} 1-1 \\ 0-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\overline{BC} = \begin{pmatrix} 1-7 \\ 0-7 \\ 5-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -7 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} = \sqrt{108}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{0^2 + (-1)^2 + 4^2} = \sqrt{17}$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{(-6)^2 + (-7)^2 + (-2)^2} = \sqrt{89}$$

Alle Seiten sind unterschiedlich lang, das Dreieck  $ABC$  ist somit weder gleichseitig noch gleichschenkelig.

$$\begin{aligned} |\overline{AC}|^2 + |\overline{BC}|^2 &= |\overline{AB}|^2 \\ \sqrt{17}^2 + \sqrt{89}^2 &= \sqrt{108}^2 \\ 106 &\neq 108 \end{aligned}$$

Der Satz des Pythagoras ist nicht erfüllt, das Dreieck  $ABC$  ist somit nicht rechtwinklig.

e)

$$A(1|-2|2), \quad B(3|2|1), \quad C(3|0|3)$$

$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-(-2) \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{AC} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 0-(-2) \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{BC} = \begin{pmatrix} 3-3 \\ 0-2 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{2^2 + 4^2 + (-1)^2} = \sqrt{21}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9}$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

Alle Seiten sind unterschiedlich lang, das Dreieck  $ABC$  ist somit weder gleichseitig noch gleichschenkelig.

$$\begin{aligned} |\overline{AC}|^2 + |\overline{BC}|^2 &= |\overline{AB}|^2 \\ \sqrt{9}^2 + \sqrt{8}^2 &= \sqrt{21}^2 \\ 17 &\neq 21 \end{aligned}$$

Der Satz des Pythagoras ist nicht erfüllt, das Dreieck  $ABC$  ist somit nicht rechtwinklig.

f)

$$A(7|0|-1), \quad B(5|-3|-1), \quad C(4|0|1)$$

$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 5-7 \\ -3-0 \\ -1-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overline{AC} = \begin{pmatrix} 4-7 \\ 0-0 \\ 1-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overline{BC} = \begin{pmatrix} 4-5 \\ 0-(-3) \\ 1-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 + 0^2} = \sqrt{13}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{(-3)^2 + 0^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{14}$$

Die Seiten  $AB$  und  $AC$  sind gleich lang, das Dreieck  $ABC$  ist somit gleichschenkelig aber nicht gleichseitig.

$$|\overline{AB}|^2 + |\overline{AC}|^2 = |\overline{BC}|^2$$

$$\sqrt{13}^2 + \sqrt{13}^2 = \sqrt{14}^2$$

$$338 \neq 196$$

Der Satz des Pythagoras ist nicht erfüllt, das Dreieck  $ABC$  ist somit nicht rechtwinklig.