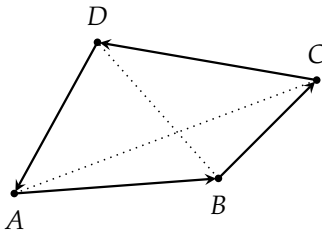


### Aufgabe 4

a)

$$A(0|0|1), \quad B(3|3|-5), \quad C(4|4|-4), \quad D(1|1|2)$$



$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 3-0 \\ 3-0 \\ -5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\overline{BC} = \begin{pmatrix} 4-3 \\ 4-3 \\ -4-(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{CD} = \begin{pmatrix} 1-4 \\ 1-4 \\ 2-(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\overline{DA} = \begin{pmatrix} 0-1 \\ 0-1 \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{AB} \cdot (-1) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot (-1) = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} = \overline{CD}$$

$$\overline{BC} \cdot (-1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (-1) = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \overline{DA}$$

Das heißt  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  und  $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$ , somit ist das Viereck  $ABCD$  ein Parallelogramm (also auch ein Trapez).

$$\overline{AC} = \begin{pmatrix} 4-0 \\ 4-0 \\ -4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$
$$\overline{BD} = \begin{pmatrix} 1-3 \\ 1-3 \\ 2-(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + (-5)^2} = \sqrt{57}$$

$$|\overline{BD}| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 7^2} = \sqrt{57}$$

Die Diagonalen  $AC$  und  $BD$  des Parallelogramms sind gleich lang und somit ist  $ABCD$  ein Rechteck.

$$|\overline{AB}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + (-6)^2} = \sqrt{54}$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

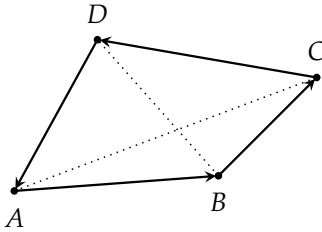
$$|\overline{CD}| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 6^2} = \sqrt{54}$$

$$|\overline{DA}| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$$

Die Seiten des Rechtecks sind nicht alle gleich lang und somit ist  $ABCD$  kein Quadrat (also auch keine Raute).

b)

$$A(5|7|2), \quad B(7|11|9), \quad C(8|13|12), \quad D(6|9|5)$$



$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 7-5 \\ 11-7 \\ 9-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\overline{BC} = \begin{pmatrix} 8-7 \\ 13-11 \\ 12-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overline{CD} = \begin{pmatrix} 6-8 \\ 9-13 \\ 5-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$\overline{DA} = \begin{pmatrix} 5-6 \\ 7-9 \\ 2-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\overline{AB} \cdot (-1) = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot (-1) = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix} = \overline{CD}$$

$$\overline{BC} \cdot (-1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (-1) = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \overline{DA}$$

Das heißt  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  und  $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$ , somit ist das Viereck  $ABCD$  ein Parallelogramm (also auch ein Trapez).

$$\overline{AC} = \begin{pmatrix} 8 - 5 \\ 13 - 7 \\ 12 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\overline{BD} = \begin{pmatrix} 6 - 7 \\ 9 - 11 \\ 5 - 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{3^2 + 6^2 + 10^2} = \sqrt{145}$$

$$|\overline{BD}| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{21}$$

Die Diagonalen  $AC$  und  $BD$  des Parallelogramms sind nicht gleich lang und somit ist  $ABCD$  kein Rechteck (also auch kein Quadrat).

$$|\overline{AB}| = \sqrt{2^2 + 4^2 + 7^2} = \sqrt{69}$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$$

$$|\overline{CD}| = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 + (-7)^2} = \sqrt{69}$$

$$|\overline{DA}| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

Die Seiten des Parallelogramms sind nicht alle gleich lang und somit ist  $ABCD$  keine Raute.