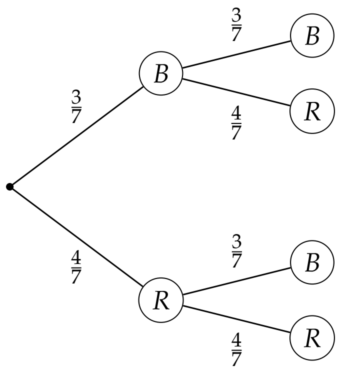
Aufgabe 1

Zwei Kugeln gleicher Farbe lassen sich nicht unterscheiden:

A	rot	blau
$P(A)$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{7}$

Die Kugeln werden nacheinander gezogen:



a)

$$P(\text{„Zwei rote Kugeln“}) = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$$

b)

$$\begin{aligned} P(\text{„Eine ist blau, eine rot“}) &= P(\text{„RB“}) + P(\text{„BR“}) \\ &= \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} \\ &= \frac{24}{49} \end{aligned}$$

c) „Mindestens“ bedeutet „so viele, <u>oder mehr</u>“.

$$\begin{aligned} P(\text{„Mindestens eine rote dabei“}) &= P(\text{„RB“}) + P(\text{„BR“}) + P(\text{„RR“}) \\ &= \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \\ &= \frac{40}{49} \end{aligned}$$

Alternative Rechnung:

$$\begin{aligned} P(\text{„Mindestens eine rote dabei“}) &= 1 - P(\text{„Keine rote dabei“}) \\ &= 1 - P(\text{„BB“}) \\ &= 1 - \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \\ &= \frac{40}{49} \end{aligned}$$

d) „Höchstens“ bedeutet „so viele, <u>oder keine</u>“.

$$\begin{aligned} P(\text{„Höchstens eine blaue dabei“}) &= P(\text{„RR“}) + P(\text{„BR“}) + P(\text{„RB“}) \\ &= \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \\ &= \frac{40}{49} \end{aligned}$$

Alternative Rechnung:

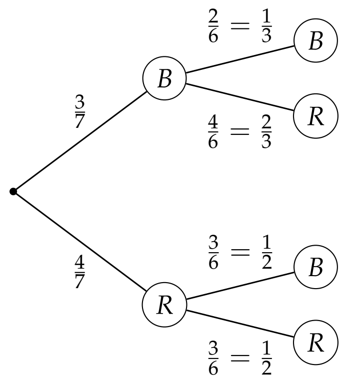
$$\begin{aligned} P(\text{„Höchstens eine blaue dabei“}) &= 1 - P(\text{„Zwei blaue Kugeln“}) \\ &= 1 - P(\text{„BB“}) \\ &= 1 - \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \\ &= \frac{40}{49} \end{aligned}$$

e)

$$P(\text{„Keine rote dabei“}) = \frac{9}{49}$$
$$P(\text{„Genau eine rote dabei“}) = \frac{24}{49}$$
$$P(\text{„Zwei rote Kugeln“}) = \frac{16}{49}$$

$$\mu = 0 \cdot \frac{9}{49} + 1 \cdot \frac{24}{49} + 2 \cdot \frac{16}{49} = \frac{8}{7} \approx 1{,}14$$

f) Wird die gezogene Kugel nicht zurückgelegt, so verändert sich die Gesamtanzahl der Kugeln in dem Beutel und damit auch alle Wahrscheinlichkeiten beim zweiten Zug:



$$P(\text{„Keine rote dabei“}) = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{7}$$
$$P(\text{„Genau eine rote dabei“}) = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} + \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{7}$$
$$P(\text{„Zwei rote Kugeln“}) = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{7}$$

$$\mu = 0 \cdot \frac{1}{7} + 1 \cdot \frac{4}{7} + 2 \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{7} \approx 1{,}14$$

Der Erwartungswert für die Anzahl der roten Kugeln ändert sich dabei nicht.