

Aufgabe 4

Der Flächeninhalt vom gelben Sektor beträgt $\frac{1}{4}$ des Flächeninhalts des Kreises.

$$P(\text{„gelb“}) = \frac{1}{4} \quad P(\text{„blau“}) = \frac{3}{4}$$

a)

$$P(\text{„Gelb erscheint dreimal“}) = P(\text{„ggg“}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

b)

$$\begin{aligned} P(\text{„Blau erscheint genau einmal“}) &= P(\text{„bgg“}) + P(\text{„gbg“}) + P(\text{„ggb“}) \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \\ &= \frac{9}{64} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} P(\text{„Gelb erscheint mindestens einmal“}) &= P(\text{„ggg“}) + P(\text{„ggb“}) \\ &\quad + P(\text{„gbg“}) + P(\text{„bgg“}) \\ &\quad + P(\text{„gbb“}) + P(\text{„bgb“}) \\ &\quad + P(\text{„bbg“}) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \\ &\quad + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \\ &\quad + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \\ &= \frac{37}{64} \end{aligned}$$

Alternative: Die Summe aller Wahrscheinlichkeiten muss gleich Eins sein!

$$\begin{aligned} P(\text{„Gelb erscheint mindestens einmal“}) &= 1 - P(\text{„kein Gelb“}) \\ &= 1 - P(\text{„bbb“}) \\ &= 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \\ &= \frac{37}{64} \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} P(\text{„Blau erscheint mindestens zweimal“}) &= P(\text{„bbb“}) + P(\text{„bbg“}) \\ &+ P(\text{„bgb“}) + P(\text{„gbb“}) \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \\ &+ \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \\ &= \frac{27}{32} \end{aligned}$$

e)

 $A \hat{=} \text{„Anzahl von Gelb“}$

$$P(\text{„kein Gelb“}) = P(\text{„bbb“}) = \frac{27}{64}$$

$$\begin{aligned} P(\text{„genau einmal Gelb“}) &= P(\text{„gbb“}) + P(\text{„bgb“}) + P(\text{„bbg“}) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \\ &= 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \\ &= \frac{27}{64} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{„genau zweimal Gelb“}) &= P(\text{„ggb“}) + P(\text{„gbg“}) + P(\text{„bgg“}) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \\ &= 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \\ &= \frac{9}{64} \end{aligned}$$

$$P(\text{„genau dreimal Gelb“}) = P(\text{„ggg“}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

A	0	1	2	3
$P(A)$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

Der Erwartungswert:

$$\mu = 0 \cdot \frac{27}{64} + 1 \cdot \frac{27}{64} + 2 \cdot \frac{9}{64} + 3 \cdot \frac{1}{64} = \frac{3}{4}$$