

Aufgabe 5

a)

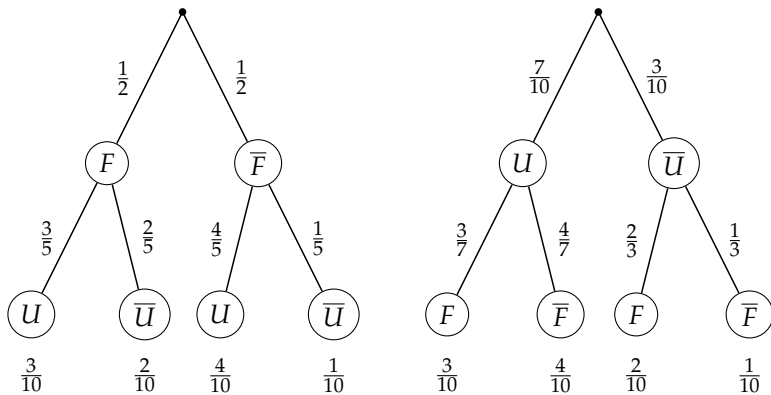
| | | | |
|-----------|-----|-----------|-----|
| | U | \bar{U} | |
| F | 0,3 | 0,2 | 0,5 |
| \bar{F} | 0,4 | 0,1 | 0,5 |
| | 0,7 | 0,3 | 1 |

b)

$$P_F(U) = \frac{P(F \cap U)}{P(F)} = \frac{0,3}{0,5} = \frac{3}{5}$$

$$P_U(F) = \frac{P(F \cap U)}{P(U)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$$

c)



c)

- 30% der Schüler sind weiblich und machen wöchentlich länger als 7 Stunden Hausaufgaben.
- 20% der Schüler sind weiblich, machen aber wöchentlich nicht mehr als 7 Stunden Hausaufgaben.
- 40% der Schüler sind nicht weiblich und machen wöchentlich dennoch mehr als 7 Stunden Hausaufgaben.
- 10% der Schüler sind sowohl nicht weiblich als auch machen nicht mehr als 7 Stunden Hausaufgaben.

Aufgabe 7

| | K (krank) | G (gesund) | |
|--------|-----------|------------|------|
| Test + | 0,15 | 0,1 | 0,25 |
| Test – | 0,05 | 0,7 | 0,75 |
| | 0,2 | 0,8 | 1 |

a)

$$\begin{aligned} P_+(K) &= \frac{P(+ \cap K)}{P(+)} \\ &= \frac{0,15}{0,25} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} P_K(+) &= \frac{P(+ \cap K)}{P(K)} \\ &= \frac{0,15}{0,2} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

c) Zu $P_+(K) > P(K)$:

$$\begin{aligned}P_+(K) &> P(K) \\ \frac{3}{5} &> \frac{2}{10} \\ \frac{6}{10} &> \frac{2}{10}\end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person tatsächlich krank ist, unter der Bedingung, dass das Testergebnis positiv ist, ist höher als die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person tatsächlich krank ist.

Der Anteil (nicht die Anzahl!) von tatsächlich kranken Personen unter positiv-getesteten ist höher, als der Anteil von kranken Personen in der Gesamtpopulation.

Zu $P_-(K) < P(K)$:

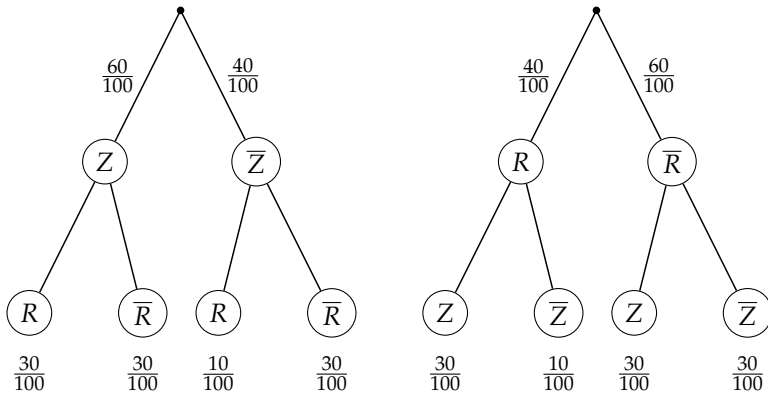
$$\begin{aligned}P_-(K) &= \frac{P(- \cap K)}{P(-)} = \frac{0,05}{0,75} = \frac{1}{15} \\ P_-(K) &< P(K) \\ \frac{1}{15} &< \frac{2}{10} \\ \frac{2}{30} &< \frac{6}{30}\end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person doch krank ist, obwohl das Testergebnis negativ ist, ist kleiner als die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person tatsächlich krank ist.

Der Anteil (nicht die Anzahl!) von tatsächlich kranken Personen unter negativ-getesteten ist geringer, als der Anteil von kranken Personen in der Gesamtpopulation.

Aufgabe 9

| | | | |
|-----------|----------|-----------|------|
| | Z | \bar{Z} | |
| R | 30% | 10% | 40% |
| \bar{R} | 30% | 30% | 60% |
| | 60% | 40% | 100% |



$$\begin{aligned}
 P_R(Z) &= \frac{P(R \cap Z)}{P(R)} \\
 &= \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{\bar{R}}(Z) &= \frac{P(\bar{R} \cap Z)}{P(\bar{R})} \\
 &= \frac{0,3}{0,6} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_R(\bar{Z}) &= \frac{P(R \cap \bar{Z})}{P(R)} \\
 &= \frac{0,1}{0,4} = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{\bar{R}}(\bar{Z}) &= \frac{P(\bar{R} \cap \bar{Z})}{P(\bar{R})} \\
 &= \frac{0,3}{0,6} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_Z(R) &= \frac{P(Z \cap R)}{P(Z)} \\ &= \frac{0,3}{0,6} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{\bar{Z}}(R) &= \frac{P(\bar{Z} \cap R)}{P(\bar{Z})} \\ &= \frac{0,1}{0,4} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_Z(\bar{R}) &= \frac{P(Z \cap \bar{R})}{P(Z)} \\ &= \frac{0,3}{0,6} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{\bar{Z}}(\bar{R}) &= \frac{P(\bar{Z} \cap \bar{R})}{P(\bar{Z})} \\ &= \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$