Aufgabe 1

Falls der Würfel, mit dem gespielt wird, fair ist:

$$P(\text{„}3\text{ € Gewinn“}) = \frac{1}{6} \qquad P(\text{„}12\text{ € Gewinn“}) = \frac{1}{6}$$
$$P(\text{„}6\text{ € Gewinn“}) = \frac{1}{6} \qquad P(\text{„}15\text{ € Gewinn“}) = \frac{1}{6}$$
$$P(\text{„}9\text{ € Gewinn“}) = \frac{1}{6} \qquad P(\text{„}18\text{ € Gewinn“}) = \frac{1}{6}$$

Der Gewinn des Spielers beim langfristigen Spielen beträgt:

$$\mu = 3 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} + 9 \cdot \frac{1}{6} + 12 \cdot \frac{1}{6} + 15 \cdot \frac{1}{6} + 18 \cdot \frac{1}{6} = 10\frac{1}{2}$$

Das heißt, Timo sollte 11 € Einsatz verlangen, um (im Schnitt!) bei jedem Spiel 50 Cent zu gewinnen.

Aufgabe 3

E : „Die Summe der Zahlen beträgt höchstens 3“

$F = \{11, 21, 31, 41\}$

a)

$$E = \{11, 12, 21\}$$

b)

F : „Die zweite gezogene Zahl ist eine Eins“

$\overline{E}$: „Die Summe der Zahlen ist größer als 3“

c) Nur drei Kombinationen liefern eine Summe, die nicht größer als 3 ist:

$$\begin{aligned}1+1&=2\\1+2&=3\\2+1&=3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(E)&=P(11)+P(12)+P(21)\\&=\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}\\&=\frac{2}{9}\end{aligned}$$

Bei vier Kombinationen kommt 1 als zweite gezogene Zahl vor:

$$\begin{aligned}1+1&=2\\2+1&=3\\3+1&=4\\4+1&=5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(F)&=P(11)+P(21)+P(31)+P(41)\\&=\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}\\&=\frac{1}{3}\end{aligned}$$

d) Die Wahrscheinlichkeit $P(E\cap F)$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sowohl die Summe der gezogenen Zahlen nicht größer als 3 ist als auch die zweite gezogene Zahl eine 1 ist:

$$\begin{aligned}1+1&=2\\2+1&=3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(E \cap F) &= P(11) + P(21) \\ &= \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Für stochastisch unabhängige Ereignisse soll gelten:

$$\begin{aligned} P(E \cap F) &= P(E) \cdot P(F) \\ \frac{1}{6} &= \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} &= \frac{2}{27} \\ \frac{2}{12} &\neq \frac{2}{27} \end{aligned}$$

Das heißt, die Ereignisse E und F sind stochastisch abhängig.