

Aufgabe 11

$$f(x) = 4x^3 \quad g(x) = x^5 \quad h(x) = 0,1x^4$$

a)

$$\begin{aligned} g(x) &= h(x) \\ x^5 &= 0,1x^4 \\ x^5 - 0,1x^4 &= 0 \\ x^4 \cdot (x - 0,1) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x - 0,1 &= 0 \\ x_2 &= 0,1 \end{aligned}$$

An den Stellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 0,1$ sind die Funktionswerte von g und h gleich groß.

b)

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x) \\ 0,1x^4 &= 4x^3 \\ 0,1x^4 - 4x^3 &= 0 \\ x^3 \cdot (0,1x - 4) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ 0,1x - 4 &= 0 \\ 0,1x &= 4 \\ x_2 &= 40 \end{aligned}$$

Die Graphen schneiden sich an den Stellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 40$.

Die Punktprobe gibt uns die Auskunft über die Lage der Graphen.

Für $x < 0$:

$$f(-1) = 4 \cdot (-1)^3 = -4$$

$$h(-1) = 0,1 \cdot (-1)^4 = 0,1$$

$f(-1) < h(-1)$ das heißt der Graph von f verläuft in diesem Abschnitt unter dem Graphen von h .

Für $0 < x < 40$:

$$f(1) = 4 \cdot 1^3 = 4$$

$$h(1) = 0,1 \cdot 1^4 = 1$$

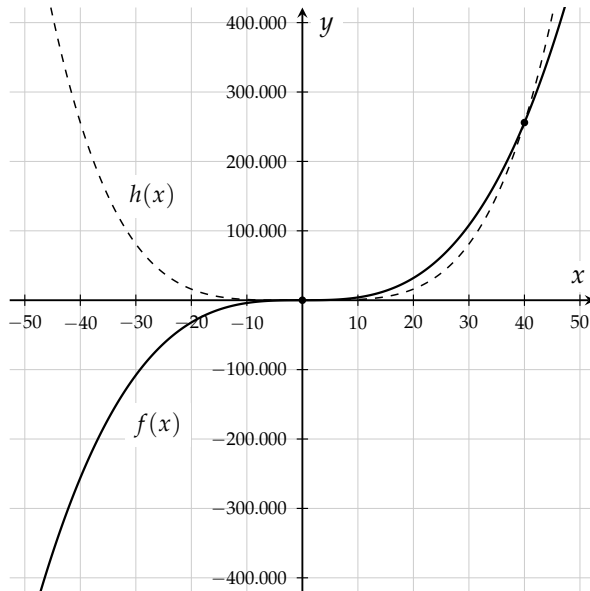
$f(1) > h(1)$ das heißt der Graph von f verläuft in diesem Abschnitt über dem Graphen von h .

Für $x > 40$:

$$f(41) = 4 \cdot (41)^3 = 275.684$$

$$h(41) = 0,1 \cdot 41^4 = 282.576,1$$

$f(41) < h(41)$ das heißt der Graph von f verläuft in diesem Abschnitt unter dem Graphen von h .



Die Funktionswerte von h sind kleiner als die von f für alle x -Werte zwischen 0 und 40 ($0 < x < 40$).

In der Intervallschreibweise:

$$x \in (0; 40)$$

c)

$$\begin{aligned}g(x) &= f(x) \\x^5 &= 4x^3 \\x^5 - 4x^3 &= 0 \\x^3 \cdot (x^2 - 4) &= 0 \\x_1 &= 0 \\x^2 - 4 &= 0 \\x^2 &= 4 \\x_{2,3} &= \pm 2\end{aligned}$$

Die Graphen schneiden sich an den Stellen $x_1 = 0$, $x_2 = -2$ und $x_3 = 2$.

Die Punktprobe gibt uns die Auskunft über die Lage der Graphen.

Für $x < -2$:

$$\begin{aligned}f(-3) &= 4 \cdot (-3)^3 = -108 \\g(-3) &= (-3)^5 = -243\end{aligned}$$

$g(-3) < f(-3)$ das heißt, der Graph von f verläuft in diesem Abschnitt über dem Graphen von g .

Für $-2 < x < 0$:

$$\begin{aligned}f(-1) &= 4 \cdot (-1)^3 = -4 \\g(-1) &= (-1)^5 = -1\end{aligned}$$

$g(-1) > f(-1)$ das heißt, der Graph von f verläuft in diesem Abschnitt unter dem Graphen von g .

Für $0 < x < 2$:

$$f(1) = 4 \cdot 1^3 = 4$$

$$g(1) = 1^5 = 1$$

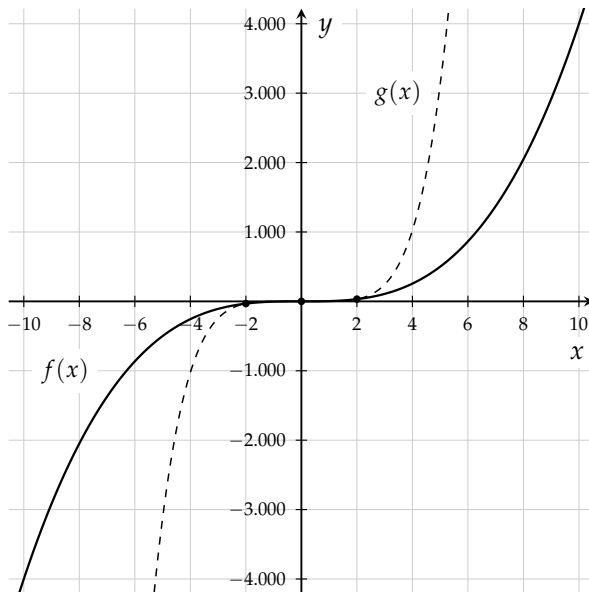
$g(1) < f(1)$ das heißt, der Graph von f verläuft in diesem Abschnitt über dem Graphen von g .

Für $x > 2$:

$$f(3) = 4 \cdot 3^3 = 108$$

$$g(3) = 3^5 = 243$$

$g(3) > f(3)$ das heißt, der Graph von f verläuft in diesem Abschnitt unter dem Graphen von g .



Die Funktionswerte von f sind größer als die von g für alle x -Werte kleiner -2 ($x < -2$) sowie alle x -Werte zwischen 0 und 2 ($0 < x < 2$).

In der Intervallschreibweise:

$$x \in (-\infty; -2) \cup (0; 2)$$