Aufgabe 7

a)

$$f(x) = c \cdot a^x, \quad P(0|8), \quad Q(4|0{,}5)$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 8 \\ c \cdot a^0 &= 8 \\ c &= 8 \end{aligned}$$

$$f(x) = 8 \cdot a^x$$

$$\begin{aligned} f(4) &= 0{,}5 \\ 8 \cdot a^4 &= 0{,}5 \\ a^4 &= 0{,}0625 \\ a &= 0{,}5 \end{aligned}$$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet also

$$f(x) = 8 \cdot 0{,}5^x$$

b)

$$f(x) = c \cdot a^x$$
$$P_1(0|1), \quad P_2(-1|3)$$

$$c = 1$$
$$f(x) = a^x$$

$$f(-1) = 3$$
$$a^{-1} = 3$$
$$\frac{1}{a} = 3$$
$$1 = 3a$$
$$a = \frac{1}{3}$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$g(x) = c \cdot a^x$$
$$P_1(0|3), \quad P_2(1|1)$$

$$c = 3$$
$$g(x) = 3a^x$$

$$g(1) = 1$$
$$3a^1 = 1$$
$$a = \frac{1}{3}$$

$$g(x) = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$h(x) = c \cdot a^x$$
$$P_1(0|3), \quad P_2(-1|1)$$

$$c = 3$$
$$h(x) = 3a^x$$

$$h(-1) = 1$$
$$3a^{-1} = 1$$
$$\frac{3}{a} = 1$$
$$3 = a$$

$$h(x) = 3 \cdot 3^x$$

$$i(x) = c \cdot a^x$$
$$P_1(0|1), \quad P_2(1|3)$$

$$c = 1$$
$$i(x) = a^x$$

$$i(1) = 3$$
$$a^1 = 3$$
$$a = 3$$

$$i(x) = 3^x$$

Aufgabe 8

a)

$$f(x) = c \cdot a^x$$

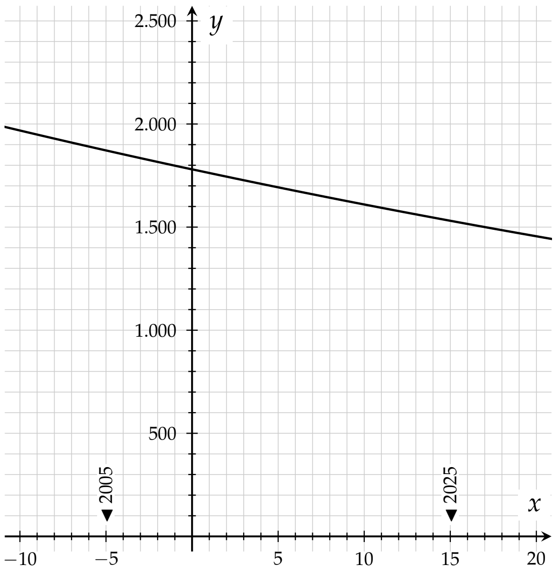
Dem Jahr 2010 entspricht $x = 0$:

$$\begin{aligned} f(0) &= 1780 \\ c \cdot a^0 &= 1780 \\ c &= 1780 \end{aligned}$$

Innerhalb von 5 Jahren ist der Wildbestand um 4% gesunken:

$$\begin{aligned} a^5 &= 0{,}96 \\ a &= 0{,}99 \end{aligned}$$

$$f(x) = 1780 \cdot 0{,}99^x$$



b) Dem Jahr 2005 entspricht $x = -5$ und dem Jahr 2025 $x = 15$:

$$f(-5) = 1780 \cdot 0{,}99^{-5} = 1871{,}73$$
$$f(15) = 1780 \cdot 0{,}99^{15} = 1530{,}90$$

Im Jahr 2005 gab es 1872 (1871) Tiere und im Jahr 2025 rechnen wir mit 1531 (1530) Tieren.

c)

$$f(x) = 1200$$
$$1780 \cdot 0{,}99^{x} = 1200$$

Mit

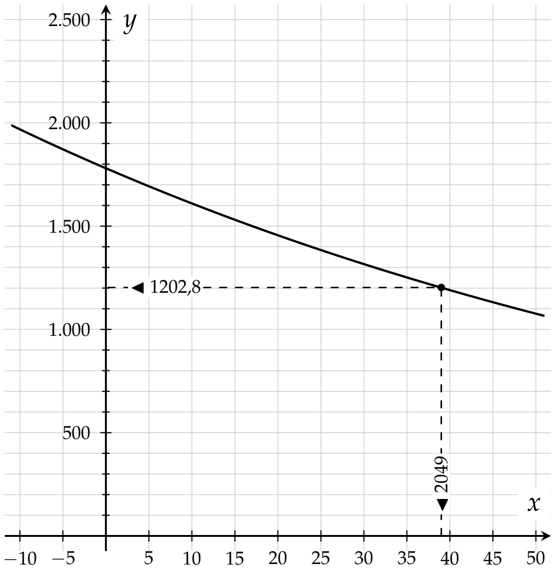
`Graph` → `DRAW` $\boxed{\text{F6}}$ → `G-SOLVE` $\boxed{\text{F5}}$ → ▷ $\boxed{\text{F6}}$ → `X-CAL` $\boxed{\text{F2}}$

... oder mit:

`Run-Matrix` → $\boxed{\text{OPTN}}$ → `CALC` $\boxed{\text{F4}}$ → `SolveN` $\boxed{\text{F5}}$

$$x \approx 39{,}23$$

Etwa im Jahr 2049 wird der Wildbestand 1200 Tiere umfassen.


y
2.500
2.000
1.500
1.000
500
1202,8
2049
x
−10
−5
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50