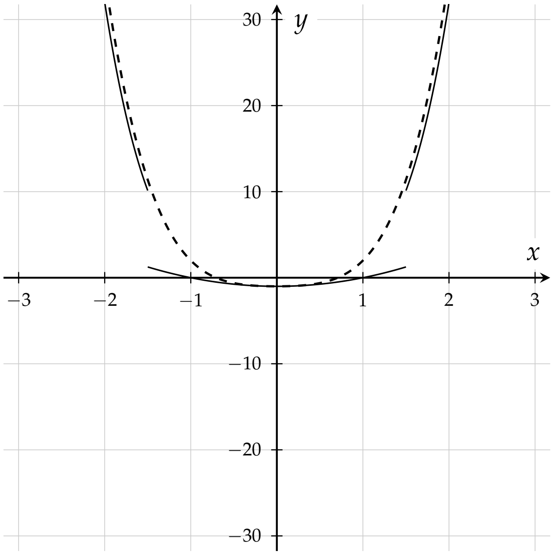
Aufgabe 6

a)

$$f(x) = 2x^4 + x^2 - 1$$

Für $x \to \pm\infty$ gilt $f(x) \to 2x^4$
Für $x \to 0$ gilt $f(x) \to x^2 - 1$

Alle Exponenten von x sind gerade $\Rightarrow$ der Graph ist symmetrisch zur y-Achse.

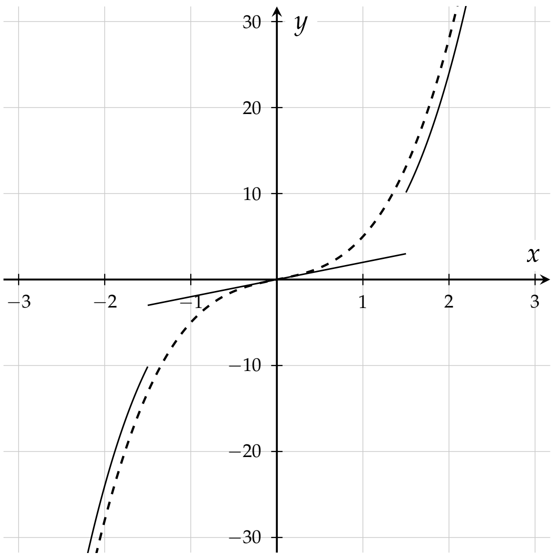


b)

$$f(x) = 3x^3 + 2x$$

Für $x \to \pm\infty$ gilt $f(x) \to 3x^3$
Für $x \to 0$ gilt $f(x) \to 2x$

Alle Exponenten von x sind ungerade $\Rightarrow$ der Graph ist punktsymmetrisch zum Ursprung.

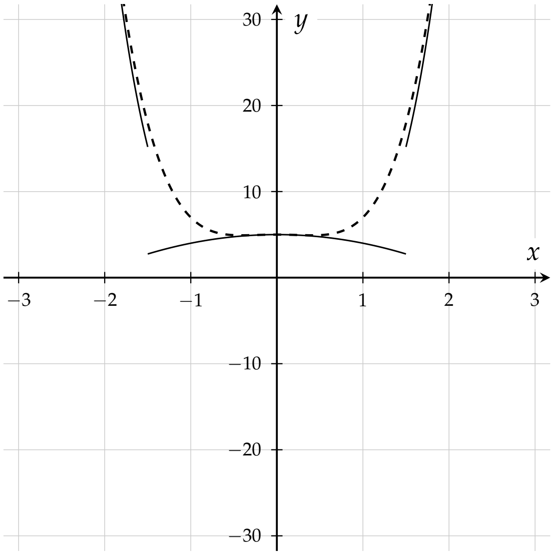


c)

$$f(x) = -x^2 + 3x^4 + 5$$

Für $x \to \pm\infty$ gilt $f(x) \to 3x^4$
Für $x \to 0$ gilt $f(x) \to -x^2 + 5$

Alle Exponenten von x sind gerade $\to$ der Graph ist symmetrisch zur y-Achse.

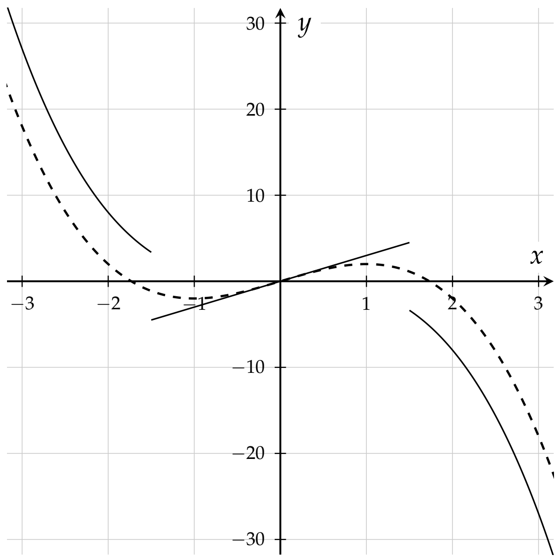


d)

$$f(x) = x^3 - 2x^3 + 3x = -x^3 + 3x \quad \text{Druckfehler?}$$

Für $x \to \pm\infty$ gilt $f(x) \to -x^3$
Für $x \to 0$ gilt $f(x) \to 3x$

Alle Exponenten von x sind ungerade $\to$ der Graph ist punktsymmetrisch zum Ursprung.

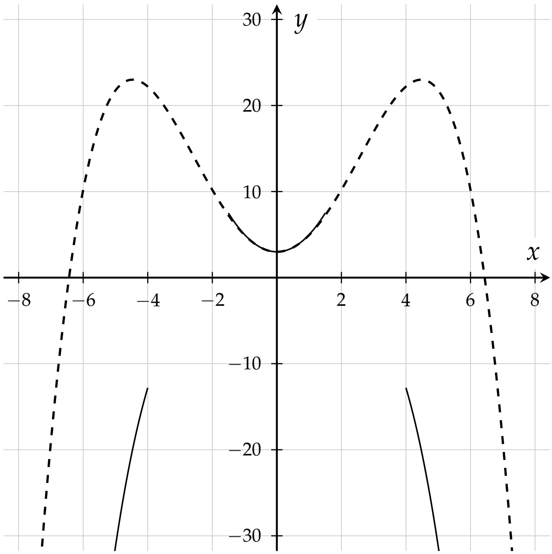


e)

$$f(x) = -0{,}05x^4 + 2x^2 + 3$$

Für $x \to \pm\infty$ gilt $f(x) \to -0{,}05x^4$
Für $x \to 0$ gilt $f(x) \to 2x^2 + 3$

Alle Exponenten von x sind gerade $\to$ der Graph ist symmetrisch zur y-Achse.

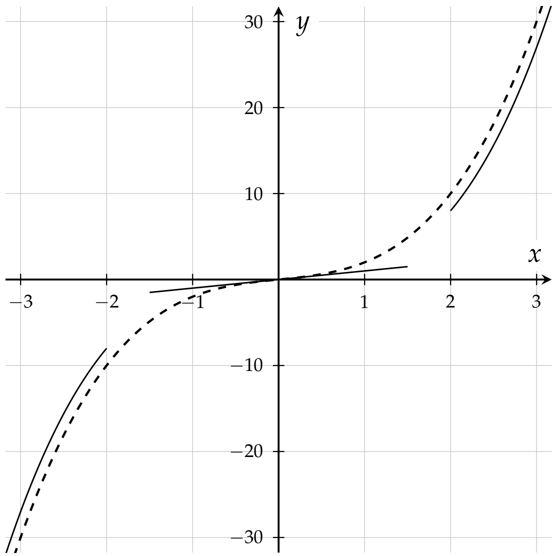


f)

$$f(x) = x^3 + 2x - x = x^3 + x \quad \text{Druckfehler?}$$

Für $x \to \pm\infty$ gilt $f(x) \to x^3$
Für $x \to 0$ gilt $f(x) \to x$

Alle Exponenten von x sind ungerade $\to$ der Graph ist punktsymmetrisch zum Ursprung.



Aufgabe 11

Für Symmetrie zur y-Achse müssen alle Exponenten von x gerade sein und für Symmetrie zum Ursprung müssen alle Exponenten von x ungerade sein.

a) Für $t = 0$ erhalten wir

$$f(x) = x^3 + 2 \cdot 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x = x^3$$

und somit einen zum Ursprung symmetrischen Graphen. Einen zur y-Achse symmetrischen Graphen erhalten wir für $t = -x^2$ (eigentlich kein „Wert"), weil dann

$$f(x) = x^3 + 2 \cdot (-x^2) \cdot x^2 + (-x^2) \cdot x = x^3 - 2x^4 - x^3 = -2x^4.$$

Für alle anderen Werte von t erhalten wir eine Mischung aus geraden und ungeraden Exponenten und somit keine Symmetrie.

b) Für $t = 1$ erhalten wir

$$f(x) = (x-1)(x+1) = x^2 - 1$$

und somit einen zur y-Achse symmetrischen Graphen. Für $t = x$ (wieder kein „Wert") erhalten wir

$$f(x) = (x-x)(x+1) = 0 \cdot (x+1) = 0$$

also eine konstante Funktion (x-Achse), deren Graph sowohl punkt- als auch achsensymmetrisch ist.

c) Für $t = 1$ erhalten wir

$$f(x) = x^1 - x = x - x = 0$$

und somit wieder eine konstante Funktion (x-Achse), deren Graph sowohl punkt- als auch achsensymmetrisch ist. Für alle ungeraden Werte von t erhalten wir einen zum Ursprung symmetrischen Graphen.

d) Für $t = -x$ (kein „Wert“!) erhalten wir

$$f(x) = (x - x)^2 - 4x = -4x$$

und somit einen einen zum Ursprung symmetrischen Graphen. Für $t = 2$ erhalten wir

$$f(x) = (x + 2)^2 - 4x = x^2 + 4x + 4 - 4x = x^2 + 4$$

mit einem zur y-Achse symmetrischen Graphen.