Aufgabe 8

a)

$$f(x) = x^3 - x^2$$

Für $x \to \pm\infty \quad f(x) \to x^3$
Für $x \to 0 \quad f(x) \to -x^2$

Achsensymmetrie zur y-Achse:

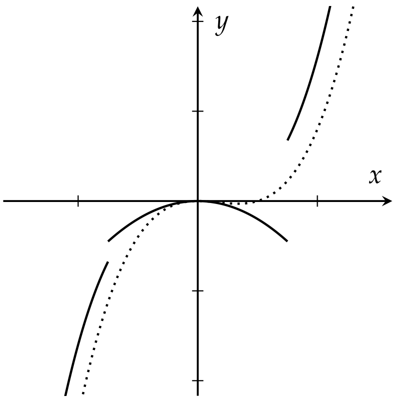
$$\begin{aligned} f(x) &= f(-x) \\ x^3 - x^2 &= (-x)^3 - (-x)^2 \\ x^3 - x^2 &\neq -x^3 - x^2 \end{aligned}$$

Das heißt, der Graph von f ist nicht symmetrisch zur y-Achse.

Punktsymmetrie zum Ursprung:

$$\begin{aligned} f(-x) &= -\big(f(x)\big) \\ (-x)^3 - (-x)^2 &= -(x^3 - x^2) \\ -x^3 - x^2 &\neq -x^3 + x^2 \end{aligned}$$

Das heißt, der Graph von f ist nicht symmetrisch zum Ursprung.



b)

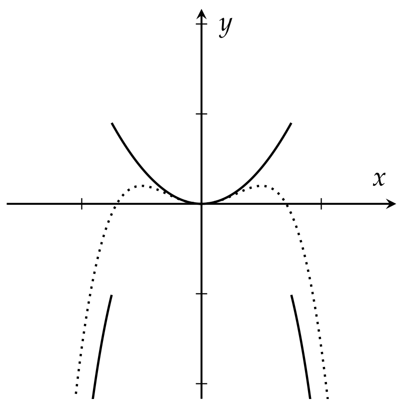
$$f(x) = -x^4 + 2x^2$$

Für $x \to \pm\infty \quad f(x) \to -x^4$
Für $x \to 0 \quad f(x) \to 2x^2$

Achsensymmetrie zur y-Achse:

$$\begin{aligned} f(x) &= f(-x) \\ -x^4 + 2x^2 &= -(-x)^4 + 2 \cdot (-x)^2 \\ -x^4 + 2x^2 &= -x^4 + 2x^2 \end{aligned}$$

Das heißt, der Graph von f ist symmetrisch zur y-Achse und kann somit nicht punktsymmetrisch zum Ursprung sein.



c)

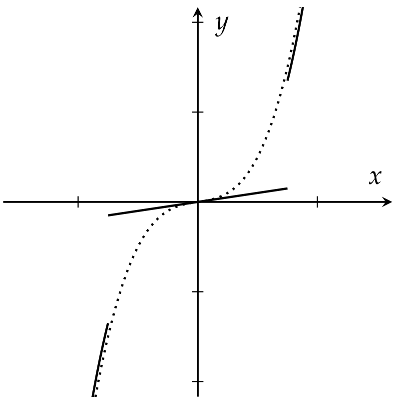
$$f(x) = x + 4x^3$$

Für $x \to \pm\infty \quad f(x) \to 4x^3$
Für $x \to 0 \quad f(x) \to x$

Punktsymmetrie zum Ursprung:

$$\begin{aligned} f(-x) &= -\big(f(x)\big) \\ (-x) + 4(-x)^3 &= -(x + 4x^3) \\ -x - 4x^3 &= -x - 4x^3 \end{aligned}$$

Das heißt, der Graph von f ist symmetrisch zum Ursprung und kann somit nicht achsensymmetrisch zur y-Achse sein.



d)

$$f(x) = 2 + x^2 - 1 - 0{,}001x^4 = 1 + x^2 - 0{,}001x^4 \quad \text{Druckfehler?}$$

Für $x \to \pm\infty \quad f(x) \to -0{,}001x^4$
Für $x \to 0 \quad f(x) \to 1 + x^2$

Achsensymmetrie zur y-Achse:

$$\begin{aligned} f(x) &= f(-x) \\ 1 + x^2 - 0{,}001x^4 &= 1 + (-x)^2 - 0{,}001(-x)^4 \\ 1 + x^2 - 0{,}001x^4 &= 1 + x^2 - 0{,}001x^4 \end{aligned}$$

Das heißt, der Graph von f ist symmetrisch zur y-Achse und kann somit nicht punktsymmetrisch zum Ursprung sein.