

**Aufgabe 10**

a) Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$f(0) = (0^4 - 0^2 + 4) \cdot 5 \cdot 0 = 0$$

$$S_y(0 | 0)$$

Schnittpunkte mit der x-Achse:

$$f(x) = 0$$

$$(x^4 - x^2 + 4) \cdot 5x = 0$$

$$5x = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x^4 - x^2 + 4 = 0$$

Sei  $x^2 = z$

$$z^2 - z + 4 = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4}$$

$$= \frac{1}{2} \pm \sqrt{-3\frac{3}{4}}$$

Keine Lösung!

$$N(0 | 0)$$

b) Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$f(0) = (0^4 - 8 \cdot 0^2 + 16)(0^2 - 5 \cdot 0) = 0$$

$$S_y(0 | 0)$$

Schnittpunkte mit der x-Achse:

$$\begin{aligned}f(x) &= 0 \\(x^4 - 8x^2 + 16)(x^2 - 5x) &= 0 \\x^2 - 5x &= 0 \\x \cdot (x - 5) &= 0 \\x_1 &= 0 \\x - 5 &= 0 \\x_2 &= 5 \\x^4 - 8x^2 + 16 &= 0\end{aligned}$$

Sei  $x^2 = z$

$$\begin{aligned}z^2 - 8z + 16 &= 0 \\z_{1,2} &= \frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 16} \\&= 4 \pm 0 \\x^2 &= 4 \\x_{3,4} &= \pm 2\end{aligned}$$

$$N_1(0 | 0), \quad N_2(5 | 0), \quad N_3(-2 | 0), \quad N_4(2 | 0)$$

c) Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$\begin{aligned}f(0) &= 2 \cdot 0^6 - 32 \cdot 0^4 + 128 \cdot 0^2 = 0 \\S_y &(0 | 0)\end{aligned}$$

Schnittpunkte mit der x-Achse:

$$\begin{aligned}f(x) &= 0 \\2x^6 - 32x^4 + 128x^2 &= 0 \\x^2 \cdot (2x^4 - 32x^2 + 128) &= 0 \\x^2 &= 0 \\x_1 &= 0 \\2x^4 - 32x^2 + 128 &= 0 \\x^4 - 16x^2 + 64 &= 0\end{aligned}$$

Sei  $x^2 = z$

$$\begin{aligned}z^2 - 16z + 64 &= 0 \\z_{1,2} &= \frac{16}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{16}{2}\right)^2 - 64} \\&= 8 \pm 0 \\x^2 &= 8 \\x_{3,4} &= \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$N_1(0 | 0), \quad N_2(-2\sqrt{2} | 0), \quad N_3(2\sqrt{2} | 0)$$

d) Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$\begin{aligned}f(0) &= \left(0^4 - \frac{34}{8} \cdot 0^2 + 4,5\right) (0^4 - 16) = -72 \\S_y &(0 | -72)\end{aligned}$$

Schnittpunkte mit der x-Achse:

$$\begin{aligned}f(x) &= 0 \\ \left(x^4 - \frac{34}{8}x^2 + 4,5\right) (x^4 - 16) &= 0 \\ x^4 - 16 &= 0 \\ x^4 &= 16 \\ x_{1,2} &= \pm 2 \\ x^4 - \frac{34}{8}x^2 + 4,5 &= 0\end{aligned}$$

Sei  $x^2 = z$

$$\begin{aligned}z^2 - \frac{34}{8}z + 4,5 &= 0 \\ z_{1,2} &= \frac{34}{16} \pm \sqrt{\left(\frac{34}{16}\right)^2 - 4,5} \\ &= 2,125 \pm 0,125 \\ z_1 &= 2 \\ z_2 &= 2,25 \\ x^2 &= 2 \\ x_{3,4} &= \pm\sqrt{2} \\ x^2 &= 2,25 \\ x_{5,6} &= \pm 1,5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}N_1(-2 | 0), \quad N_2(2 | 0), \quad N_3(-\sqrt{2} | 0), \\ N_4(\sqrt{2} | 0), \quad N_5(-1,5 | 0), \quad N_6(1,5 | 0)\end{aligned}$$