

Aufgabe 13

a)

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{3}(x^2 - 4)(2x + 3) \\ &= \frac{1}{3}(x - 2)(x + 2)(2x + 3) \\ &= \frac{2}{3}(x - 2)(x + 2) \left(x + \frac{3}{2}\right) \end{aligned}$$

Die Nullstellen sind:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}(x - 2)(x + 2) \left(x + \frac{3}{2}\right) &= 0 \\ x_1 &= -2 \\ x_2 &= 2 \\ x_3 &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} h(x) &= -x^3 - x^2 + x \\ &= -x(x^2 + x - 1) \end{aligned}$$

Die Nullstellen sind:

$$\begin{aligned} -x(x^2 + x - 1) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 + x - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{2,3} &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1} \\
 &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{4}} \\
 &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4}} \\
 x_2 &= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} > -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{1}{2} \\
 x_3 &= -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} < -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{4}}{2} = -\frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

c)

$$g(x) = (x - 1)(x + 2)^2$$

Die Nullstellen sind:

$$\begin{aligned}
 (x - 1)(x + 2)^2 &= 0 \\
 x_1 &= 1 \\
 x_2 &= -2
 \end{aligned}$$

d)

$$i(x) = x^3 - 0,5x^2 - 3x + 3$$

Es ist eine weder punkt- noch achsensymmetrische Funktion vom Grad 3, also eine „S-Kurve“, deren Graph die y -Achse bei $y = 3$ schneidet.