

Aufgabe 5

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2$$

a) Um den Graphen von

$$h(x) = x^4 - 2x^3 + 5$$

zu erhalten muss der Graph von f um 3 Einheiten in y -Richtung (nach oben) verschoben werden.

Um den Graphen von

$$k(x) = (x - 2)^4 - 2(x - 2)^3 + 2$$

zu erhalten muss der Graph von f um 2 Einheiten in x -Richtung (nach rechts) verschoben werden.

b) Um den Graphen von

$$g(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 + 1$$

zu erhalten muss der Graph von f mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ in y -Richtung gestaucht werden:

$$\frac{1}{2} \cdot f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^4 - 2x^3 + 2) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 + 1$$

Um den Graphen von

$$h(x) = - \left(\left(\frac{1}{4}x \right)^4 - 2 \left(\frac{1}{4}x \right)^3 + 2 \right)$$

zu erhalten muss der Graph von f mit dem Faktor 4 in x -Richtung gestreckt und anschließend an der x -Achse gespiegelt werden:

$$-1 \cdot f \left(\frac{1}{4}x \right) = - \left(\left(\frac{1}{4}x \right)^4 - 2 \left(\frac{1}{4}x \right)^3 + 2 \right)$$

Aufgabe 6

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

a)

$$\begin{aligned}g(x) &= f(x+1) \\&= (x+1)^3 + 2(x+1)^2 \\&= (x+1)(x+1)^2 + 2(x^2 + 2x + 1) \\&= (x+1)(x^2 + 2x + 1) + 2x^2 + 4x + 2 \\&= x^3 + 2x^2 + x + x^2 + 2x + 1 + 2x^2 + 4x + 2 \\&= x^3 + 5x^2 + 7x + 3\end{aligned}$$

Der Graph von f wurde um -1 Einheit in x -Richtung (nach links) verschoben.

b)

$$\begin{aligned}g(x) &= f(x-2) + 1 \\&= (x-2)^3 + 2(x-2)^2 + 1 \\&= (x-2)(x-2)^2 + 2(x^2 - 4x + 4) + 1 \\&= (x-2)(x^2 - 4x + 4) + 2x^2 - 8x + 8 + 1 \\&= x^3 - 4x^2 + 4x - 2x^2 + 8x - 8 + 2x^2 - 8x + 9 \\&= x^3 - 4x^2 + 4x + 1\end{aligned}$$

Der Graph von f wurde um 2 Einheiten in x -Richtung (nach rechts) und um eine Einheit in y -Richtung (nach oben) verschoben.

c)

$$\begin{aligned}g(x) &= 2 \cdot f(3x) \\ &= 2 \cdot \left((3x)^3 + 2(3x)^2 \right) \\ &= 2 \cdot \left(27x^3 + 18x^2 \right) \\ &= 54x^3 + 36x^2\end{aligned}$$

Der Graph von f wurde mit dem Faktor 2 in y -Richtung gestreckt und mit dem Faktor $\frac{1}{3}$ in x -Richtung gestaucht.

d)

$$\begin{aligned}g(x) &= -f(x) + 2 \\ &= -\left(x^3 + 2x^2\right) + 2 \\ &= -x^3 - 2x^2 + 2\end{aligned}$$

Der Graph von f wurde an der x -Achse gespiegelt und um 2 Einheiten in y -Richtung (nach oben) verschoben.