

Aufgabe 12

$$w(t) = 10 + \frac{5}{t+1}$$

a)

$$t_1 = 1$$

$$\begin{aligned} m_s &= \frac{w(1+h) - w(1)}{h} \\ &= \frac{10 + \frac{5}{1+h+1} - \left(10 + \frac{5}{1+1}\right)}{h} \\ &= \frac{10 + \frac{5}{2+h} - 10 - \frac{5}{2}}{h} \\ &= \frac{\frac{2 \cdot 5}{2 \cdot (2+h)} - \frac{5 \cdot (2+h)}{2 \cdot (2+h)}}{h} \\ &= \frac{10 - 5 \cdot (2+h)}{2 \cdot (2+h)} \\ &= \frac{10 - 10 - 5h}{4 + 2h} \\ &= \frac{-5h}{4 + 2h} \cdot \frac{1}{h} \\ &= \frac{-5}{4 + 2h} \\ m_t &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{-5}{4 + 2h} \right) = -\frac{5}{4} = -1 \frac{1}{4} \left[\frac{m^3}{h} \right] \end{aligned}$$

Die Wassermenge im Auffangbecken verringert sich um $1 \frac{1}{4} m^3$ pro Stunde.

$$t_8 = 8$$

$$\begin{aligned}
 m_s &= \frac{w(8+h) - w(8)}{h} \\
 &= \frac{10 + \frac{5}{8+h+1} - \left(10 + \frac{5}{8+1}\right)}{h} \\
 &= \frac{10 + \frac{5}{9+h} - 10 - \frac{5}{9}}{h} \\
 &= \frac{\frac{9 \cdot 5}{9 \cdot (9+h)} - \frac{5 \cdot (9+h)}{9 \cdot (9+h)}}{h} \\
 &= \frac{\frac{45 - 5 \cdot (9+h)}{9 \cdot (9+h)}}{h} \\
 &= \frac{\frac{45 - 45 - 5h}{81 + 9h}}{h} \\
 &= \frac{-5h}{81 + 9h} \cdot \frac{1}{h} \\
 &= \frac{-5}{81 + 9h} \\
 m_t &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{-5}{81 + 9h} \right) = -\frac{5}{81} \left[\frac{m^3}{h} \right]
 \end{aligned}$$

Die Wassermenge im Auffangbecken verringert sich um $\frac{5}{81} m^3$ pro Stunde.

b) Es könnte sein, dass das Wasser im Auffangbecken wegen einer Hitzewelle verdunstete.