

Aufgabe 4

$$x_0 = \pi$$

a)

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{2} \cos(x)$$

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{2} \sin(x)$$

$$\begin{aligned} f'(\pi) &= 2\pi + \frac{1}{2} \sin(\pi) \\ &= 2\pi + \frac{1}{2} \cdot 0 \\ &= 2\pi \approx 6,28 \end{aligned}$$

b)

$$f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{\sin(x)}{2} = -x^{-1} + \frac{1}{2} \sin(x)$$

$$f'(x) = x^{-2} + \frac{1}{2} \cos(x)$$

$$\begin{aligned} f'(\pi) &= \pi^{-2} + \frac{1}{2} \cos(\pi) \\ &= \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{2} \cdot (-1) \\ &= \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{2} \approx -0,4 \end{aligned}$$

c)

$$f(x) = \frac{2}{x^2} + 2 \sin(x) = 2x^{-2} + 2 \sin(x)$$

$$f'(x) = -4x^{-2} + 2 \cos(x)$$

$$\begin{aligned} f'(\pi) &= -4\pi^{-2} + 2 \cos(\pi) \\ &= -\frac{4}{\pi^2} + 2 \cdot (-1) \\ &= -\frac{4}{\pi^2} - 2 \approx -2,41 \end{aligned}$$

Aufgabe 5

$$x \in [0; 2\pi]$$

$$f(x) = \sin(x)$$

$$f'(x) = \cos(x)$$

a) Die Funktionsgleichung der 1. Winkelhalbierenden lautet

$$g(x) = x$$

Die Steigung dieser Geraden ist gleich Eins:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \\ \cos(x) &= 1 && | \cos^{-1} \\ x_1 &= 0 \\ x_2 &= 2\pi \end{aligned}$$

An den Stellen $x_1 = 0 \text{ rad } (0^\circ)$ und $x_2 = 2\pi \text{ rad } (360^\circ)$ besitzt der Graph der Sinusfunktion die gleiche Steigung wie die 1. Winkelhalbierende.

b) Die Funktionsgleichung der x -Achse lautet

$$g(x) = 0$$

Die Steigung dieser Geraden ist gleich Null:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ \cos(x) &= 0 && | \cos^{-1} \\ x_1 &= \frac{\pi}{2} \\ x_2 &= \frac{3\pi}{2} \end{aligned}$$

An den Stellen $x_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ (90°) und $x_2 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$ (270°) besitzt der Graph der Sinusfunktion die gleiche Steigung wie die x -Achse.

c)

$$g(x) = \frac{1}{2}x$$

Die Steigung dieser Geraden ist gleich $\frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2} \\ \cos(x) &= \frac{1}{2} && | \cos^{-1} \\ x_1 &= \frac{\pi}{3} \\ x_2 &= \frac{5\pi}{3} \end{aligned}$$

An den Stellen $x_1 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ (60°) und $x_2 = \frac{5\pi}{3} \text{ rad}$ (300°) besitzt der Graph der Sinusfunktion die gleiche Steigung wie die x -Achse.