Aufgabe 1

a)

$$I = [1;3]$$

$$m_s = \frac{45000 - 44000}{3 - 1} = \frac{1000}{2} = 500 \left[\frac{Jugendlichen}{Monat}\right]$$

b)

$$I = [1;6]$$

$$m_s = \frac{42000 - 44000}{6 - 1} = \frac{-2000}{5} = -400 \left[\frac{Jugendlichen}{Monat}\right]$$

c)

$$I = [10;12]$$

$$m_s = \frac{42000 - 45000}{12 - 10} = \frac{-3000}{2} = -1500 \left[\frac{Jugendlichen}{Monat}\right]$$

d)

$$I = [1;12]$$

$$m_s = \frac{42000 - 44000}{12 - 1} = \frac{-2000}{11} \approx -181{,}82 \left[\frac{Jugendlichen}{Monat}\right]$$

e) Am Anfang des Jahres steigt die Anzahl der Arbeitslosen an, weil zahlreiche Arbeitsverhältnisse zum Jahresende gekündigt werden. In den Monaten Juni, Juli und August, direkt nach dem Schulabschluss, ist die Anzahl der arbeitslosen Jugendlichen entsprechend am höchsten.

Aufgabe 2

a) Die Einwohnerzahl nahm in den Jahren 2001, 2002 und 2011 (die Änderungsrate war positiv) zu.

b)

$$\begin{aligned} 82.259.500 &+ 181.000 + 96.000 - 5.000 - 31.000 \\ &- 63.000 - 123.000 - 97.000 - 21.5000 \\ &- 200.000 - 51.000 + 92.000 \\ &= 81.843.500 \end{aligned}$$

Zum 31.12.2011 gab es in Deutschland etwa 81.843.500 Einwohner.

Aufgabe 3

a)

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 \qquad x_0 = 2$$

$$m_s = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

$$\begin{aligned} m_s &= \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(2+h)^2 - \frac{1}{2}\cdot 2^2}{h} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(4+4h+h^2) - 2}{h} \\ &= \frac{2 + 2h + \frac{1}{2}h^2 - 2}{h} \end{aligned}$$

$$= \frac{2h + \frac{1}{2}h^2}{h}$$
$$= 2 + \frac{1}{2}h$$

$$m_t = \lim_{h\to 0}(2 + \frac{1}{2}h) = 2$$

b)

$$f(x) = x^2 - x + 2 \qquad x_0 = \frac{4}{3}$$

$$m_s = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

$$m_s = \frac{f(\frac{4}{3} + h) - f(\frac{4}{3})}{h}$$
$$= \frac{(\frac{4}{3} + h)^2 - (\frac{4}{3} + h) + 2 - \left((\frac{4}{3})^2 - \frac{4}{3} + 2\right)}{h}$$
$$= \frac{\frac{16}{9} + \frac{8}{3}h + h^2 - \frac{4}{3} - h + 2 - 2\frac{4}{9}}{h}$$
$$= \frac{\frac{5}{3}h + h^2}{h}$$
$$= \frac{5}{3} + h$$

$$m_t = \lim_{h\to 0}(\frac{5}{3} + h) = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

c)

$$f(x) = 2x^3 - x^2 \qquad x_0 = 1$$

$$m_s = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

$$\begin{aligned}
m_s &= \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\
&= \frac{2(1+h)^3 - (1+h)^2 - (2 \cdot 1^3 - 1^2)}{h} \\
&= \frac{2(1+h)^2(1+h) - (1+h)^2 - 1}{h} \\
&= \frac{2(1+2h+h^2)(1+h) - (1+2h+h^2) - 1}{h} \\
&= \frac{2(1+h+2h+2h^2+h^2+h^3) - 1 - 2h - h^2 - 1}{h} \\
&= \frac{2+2h+4h+4h^2+2h^2+2h^3 - 2 - 2h - h^2}{h} \\
&= \frac{4h+5h^2+2h^3}{h} \\
&= 4+5h+2h^2
\end{aligned}$$

$$m_t = \lim_{h \to 0}(4+5h+2h^2) = 4$$

d)

$$f(x) = x^2 - 4x \qquad x_0 = 1$$

$$m_s = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

$$\begin{aligned} m_s &= \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= \frac{(1+h)^2 - 4(1+h) - (1^2 - 4 \cdot 1)}{h} \\ &= \frac{1 + 2h + h^2 - 4 - 4h + 3}{h} \\ &= \frac{-2h + h^2}{h} \\ &= -2 + h \end{aligned}$$

$$m_t = \lim_{h \to 0} (-2 + h) = -2$$