Aufgabe 7

$$O(t) = -\frac{1}{300} \cdot (t^3 - 36t^2 + 324t - 5700) \qquad t \in [0;24]$$

a) $t = 15$:

$$O(15) = -\frac{1}{300} \cdot (15^3 - 36 \cdot 15^2 + 324 \cdot 15 - 5700) = 18{,}55$$

Die Oberflächentemperatur beträgt um 15 Uhr 18,55 °C.

b)

$$O(10) = -\frac{1}{300} \cdot (10^3 - 36 \cdot 10^2 + 324 \cdot 10 - 5700) \approx 16{,}87$$
$$O(17) = -\frac{1}{300} \cdot (17^3 - 36 \cdot 17^2 + 324 \cdot 17 - 5700) \approx 18{,}94$$

$$m_s = \frac{O(17) - O(10)}{17 - 10} = \frac{18{,}94 - 16{,}87}{17 - 10} \approx 0{,}3$$

Die mittlere Änderungsrate der Oberflächentemperatur beträgt zwischen 10 und 17 Uhr $0{,}3 \frac{°C}{h}$.

c)

$$\begin{aligned} O(t) &= -\frac{1}{300} \cdot (t^3 - 36t^2 + 324t - 5700) \\ &= -\frac{1}{300}t^3 + \frac{3}{25}t^2 - \frac{27}{25}t + 19 \end{aligned}$$

$$O'(t) = -\frac{1}{100}t^2 + \frac{6}{25}t - \frac{27}{25}$$

Notwendige Bedingung: $O'(t) = 0$

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{100}t^2 + \frac{6}{25}t - \frac{27}{25} &= 0 \\
t_1 &= 6 \\
t_2 &= 18
\end{aligned}$$

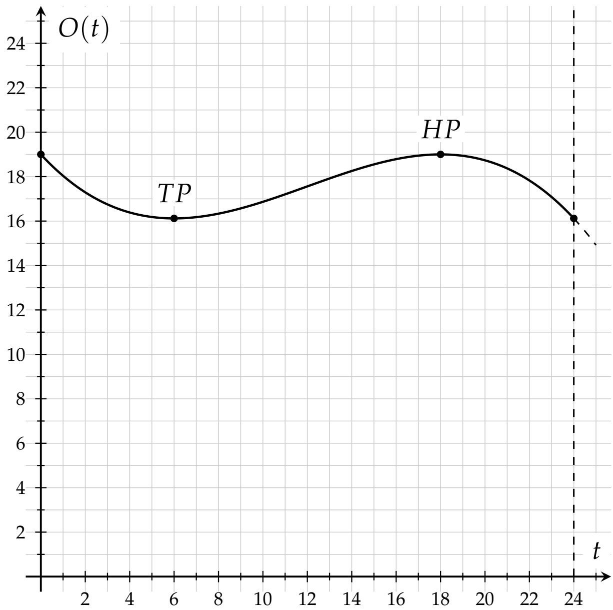
Hinreichende Bedingung: Vorzeichenwechsel bei $O'(t)$

$$\begin{aligned}
O'(5) &= -\frac{1}{100} \cdot 5^2 + \frac{6}{25} \cdot 5 - \frac{27}{25} = -\frac{13}{100} < 0 \\
O'(7) &= -\frac{1}{100} \cdot 7^2 + \frac{6}{25} \cdot 7 - \frac{27}{25} = \frac{11}{100} > 0 \\
O'(19) &= -\frac{1}{100} \cdot 19^2 + \frac{6}{25} \cdot 19 - \frac{27}{25} = -\frac{13}{100} < 0
\end{aligned}$$

Randvergleich:

$$\begin{aligned}
O(0) &= -\frac{1}{300} \cdot (0^3 - 36 \cdot 0^2 + 324 \cdot 0 - 5700) = 19 \\
O(6) &= -\frac{1}{300} \cdot (6^3 - 36 \cdot 6^2 + 324 \cdot 6 - 5700) = 16{,}12 \\
O(18) &= -\frac{1}{300} \cdot (18^3 - 36 \cdot 18^2 + 324 \cdot 18 - 5700) = 19 \\
O(24) &= -\frac{1}{300} \cdot (24^3 - 36 \cdot 24^2 + 324 \cdot 24 - 5700) = 16{,}12
\end{aligned}$$

Die niedrigste Oberflächentemperatur am Beobachtungstag betrug 16,12 °C und die höchste 19°C.



O(t)
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
TP
HP
t
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24